

ЭТАЛОНЫ

Научная статья

УДК 621.317.089.68

<https://doi.org/10.20915/2077-1177-2025-21-4-24-36>



Алгоритмы определения параметров синхронизированных векторов напряжения и силы тока для эталона векторных электроэнергетических величин

Ю. А. Локачева ✉, Г. Б. Гублер

ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д. И. Менделеева»,
г. Санкт-Петербург, Россия
✉ yu.a.lokacheva@vniim.ru

Аннотация: В статье рассмотрено решение задачи метрологического обеспечения устройств синхронизированных векторных измерений. Дан обзор алгоритмов обработки сигналов, позволяющих вычислять параметры синхронизированных векторов напряжения и силы тока в электрических сетях – модуль, фазу, мгновенную частоту и скорость изменения частоты. Представлены два разработанных и исследованных авторами алгоритма. Первый алгоритм построен по структуре, рекомендованной международными стандартами для устройств синхронизированных векторных измерений. Данный алгоритм основан на переносе спектра основной гармоники сигнала на низкую частоту и выделении информативного сигнала с помощью цифрового фильтра нижних частот. Для создания алгоритма авторы использовали специально спроектированный набор фильтров, динамически выбираемых в зависимости от частоты основной гармоники входного сигнала. Второй предложенный авторами алгоритм – параметрический алгоритм, примененный к расширенной модели сигнала, включающей, кроме синусоидальных, также линейно частотно-модулированные компоненты. Изложен математический метод нахождения оптимальной оценки параметров синхронизированных векторов, соответствующий разложению сигнала в базисе линейно частотно-модулированных сигналов. Рассмотрены преимущества и ограничения разработанных алгоритмов применительно к эталонам и средствам измерений, а также даны практические рекомендации по их использованию. Представленные алгоритмы реализованы в программном обеспечении Государственного первичного эталона единиц электроэнергетических величин.

Ключевые слова: синхронизированный вектор, устройства синхронизированных векторных измерений, алгоритмы определения параметров синхронизированного вектора, параметрические алгоритмы (алгоритмы оптимизации), алгоритмы интерполяции спектра

Принятые сокращения: АОС – аналоговая обработка сигналов; АЦП – аналого-цифровой преобразователь; ГЛОНАСС – Глобальная навигационная спутниковая система; ГЭТ – Государственный эталон; ЛЧМ – линейная частотная модуляция; СОЕВ – система обеспечения единого времени; УСВИ – устройства синхронизированных векторных измерений; ФНЧ – фильтр нижних частот; ФНЧЦ – фильтр нижних частот цифровой; GPS – Global Positioning System; IEEE – Institute of Electrical and Electronics Engineers; PPS – Pulse per second; ROCOF – Rate of Change of Frequency; UTC – Coordinated Universal Time.

Для цитирования: Локачева Ю. А., Гублер Г. Б. Алгоритмы определения параметров синхронизированных векторов напряжения и силы тока для эталона векторных электро-энергетических величин // Эталон. Стандартные образцы. 2025. Т. 21, № 4. С. 24–36. <https://doi.org/10.20915/2077-1177-2025-21-4-24-36>

Статья поступила в редакцию 11.03.2025; одобрена после рецензирования 23.09.2025; принята к публикации 25.12.2025.

MEASUREMENT STANDARDS

Researched Article

Algorithms for Determining the Parameters of Synchrophasor for the Standard of Vector Electrical Power Quantities

✉ Julia A. Lokacheva, Gleb B. Gubler

D. I. Mendeleyev Institute for Metrology, St. Petersburg, Russia

✉ yu.a.lokacheva@vniim.ru

Abstract: The article addresses the challenge of metrological support for phasor measurement unit. It provides an overview of signal processing algorithms designed to calculate parameters of synchronized voltage and current vectors in electrical networks: magnitude, phase, instantaneous frequency, and rate of frequency change. Two algorithms developed and investigated by the authors are presented. The first algorithm follows the structure recommended by international standards for phasor measurement units. It is based on shifting the spectrum of the signal's fundamental harmonic to a low frequency and extracting the informative signal using a digital low-pass filter. The authors use a specially designed bank of filters in the algorithm, which are dynamically selected depending on the frequency of the fundamental harmonic of the input signal. The second algorithm proposed by the authors is a parametric algorithm applied to an extended signal model that includes, in addition to sinusoidal, linearly frequency-modulated (chirp) components. The mathematical method for obtaining the optimal estimate of the synchrophasor parameters, corresponding to decomposing the signal into a basis of linear frequency-modulated signals, is described. The advantages and limitations of the developed algorithms for application in reference standards and measuring instruments are examined, and practical recommendations for their use are provided. The presented algorithms have been implemented in the software of the State Primary Standard for Electrical Power Quantities.

Keywords: synchrophasor, phasor measurement units, synchrophasor parameter estimation algorithms, parametric algorithms (optimization algorithms), spectral interpolation algorithms, chirp

Abbreviations used: ASP – Analog Signal Processing; ADC – Analog-to-Digital Converter; GLONASS – Global Navigation Satellite System; GET – State Primary Standard; LFM – Linear Frequency Modulation; UTS – Unified Time System; PMU – Phasor Measurement Unit; LPF – Low-Pass Filter; DLPF – Digital Low-Pass Filter; GPS – Global Positioning System; IEEE – Institute of Electrical and Electronics Engineers; PPS – Pulse per second; ROCOF – Rate of Change of Frequency; UTC – Coordinated Universal Time.

For citation: Lokacheva JA, Gubler GB. Algorithms for determining the parameters of Synchrophasor for the standard of vector electrical power quantities. *Measurement Standards. Reference Materials*. 2025;21(4):24–36. (In Russ.). <https://doi.org/10.20915/2077-1177-2025-21-4-24-36>

The article was submitted 11.03.2025; approved after reviewing 23.09.2025; accepted for publication 25.12.2025.

Введение

Синхронное измерение параметров переменных напряжений и токов как векторных величин в различных точках электрической сети дает важную информацию о состоянии энергосистемы и режимах ее работы [1]. Для этого используются специальные приборы – устройства синхронизированных векторных измерений (УСВИ). Синхронизация измерений достигается за счет привязки моментов измерений к шкале времени UTC или UTC(SU) с использованием систем GPS (ГЛОНАСС) или их аналогов. Основные параметры векторов напряжения и тока согласно ГОСТ Р 59365–2021¹ включают:

- модуль (он же длина) вектора напряжения (силы тока), где понятие «модуль» понимается как среднее квадратическое (действующее) значение основной гармоники фазного напряжения (силы тока);
- угол поворота вектора относительно вектора, соответствующего опорному гармоническому сигналу номинальной частоты;
- скорость вращения вектора или частота основной гармоники сигнала;
- скорость изменения частоты (ROCOF) основной гармоники сигнала².

В настоящее время, когда расширяются технологии использования УСВИ, все больше предприятий и организаций заняты их внедрением и эксплуатацией. Системный оператор Единой энергетической системы (СО ЕЭС)³ как наиболее заинтересованная сторона ведет

реестр УСВИ, прошедших добровольную сертификацию на соответствие требованиям ГОСТ Р 59365–2021. Большинство устройств в этом реестре относятся к многофункциональным средствам измерений, причем функция УСВИ не отражается в описаниях их типов. Немногие российские средства измерений, представленные в разделе «Утвержденные типы измерений» ФГИС «Аршин» ФИФ ОЕИ⁴, нормируют часть величин, характеризующих синхронизированные векторы. Таким образом, принципиально значимые в энергетике измерения параметров синхронизированных векторов оказались вне системы метрологической прослеживаемости отчасти по причине отсутствия соответствующего первичного эталона и государственной поверочной схемы.

В связи с этим, с 2023 по 2025 гг. в научно-исследовательской лаборатории госэталонов в области электроэнергетики ФГУП «ВНИИМ им. Д. И. Менделеева» выполнены работы по совершенствованию Государственного первичного эталона единиц электрической мощности ГЭТ 153.

Совершенствование ГЭТ 153 было произведено за счет разработки новых подсистем воспроизведения и передачи:

- единиц векторных величин (параметров синхронизированных векторов);
- единиц электроэнергетических величин, представленных цифровыми копиями аналоговых величин (числовыми потоками в формате протокола IEC61850-9-2⁵).

Включение в состав эталона новых подсистем позволяет устанавливать прослеживаемость и обеспечивать корректную

¹ ГОСТ Р 59365–2021 Система мониторинга переходных режимов. Устройства синхронизированных векторных измерений. Нормы и требования.

² IEEE Std 60255-118-1-2018 – Measuring relays and protection equipment – Part 118-1: Synchrophasor for power systems – Measurements.

³ Системный оператор Единой энергетической системы. Сертификация устройств синхронизированных векторных измерений. Режим доступа: <https://www.so-ups.ru/sds/sds-cert-umpr/cert-usvi/> (дата обращения: 11.03.2025).

⁴ ФИФ ОЕИ – Федеральный информационный фонд по обеспечению единства измерений.

⁵ Технические требования «Implementation Guidelines for Digital Interface to Instrument Transformers using IEC61850-9-2». Режим доступа: <https://insat.ru/masteropc-server/iec-61850/?category=1143&yclid=5599844132562665471> (дата обращения: 01.10.2025).

интерпретацию результатов измерений параметров векторных электроэнергетических величин.

Приказом Росстандарта № 1932⁶ утвержден Государственный первичный эталон единиц электроэнергетических величин в диапазоне частот от 1 до 2500 Гц и Государственная поверочная схема для средств измерений электроэнергетических величин в диапазоне от 1 до 2500 Гц. Характеристики ГЭТ 153 дополнены параметрами векторных электроэнергетических величин (табл. 1).

Цель представленного в статье исследования – обеспечить в рамках совершенствования ГЭТ 153 передачу единиц напряжения, угла сдвига фазы, частоты и скорости изменения частоты средствам векторных измерений.

⁶ Об утверждении Государственного первичного эталона единиц электроэнергетических величин в диапазоне частот от 1 до 2500 Гц и Государственной поверочной схемы для средств измерений электроэнергетических величин в диапазоне частот от 1 до 2500 Гц, ГЭТ 153-2025 (ФГУП «ВНИИМ им. Д. И. Менделеева») : Приказ Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии (Росстандарт) № 1932 от 10.09.2025.

Таблица 1. Перечень параметров векторных величин, воспроизводимых усовершенствованным ГЭТ 153, и требований к метрологическим характеристикам при их воспроизведении

Table 1. A list of parameters of vector quantities reproduced by the modernized State Primary Standard GET 153 and the requirements for their metrological characteristics during reproduction

Воспроизводимая (измеряемая) величина	Диапазон	Расширенная неопределенность (вид: абсолютная – Δ , относительная в % – δ)
Модуль синхронизированного вектора основной гармоники напряжения или тока, %	от 0,01 до 500 В	$\pm 0,003 (\delta)$
Угол сдвига фазы основной гармоники напряжения и тока относительно опорного сигнала 1 Гц (1 PPS) синхронизированного со шкалой времени UTC (SU), градус	от -180 до 180	$\pm 0,003 \cdot (f/50) (\Delta)$
Частота основной гармоники напряжения (тока), f , Гц	от 40 до 500	$\pm 0,00003 \cdot (\delta)$
Скорость изменения частоты основной гармоники напряжения (тока), Гц/с	от 0,01 до 5	$\pm 0,003 (\Delta)$

Таблица составлена авторами / The table is prepared by the authors

В задачи исследования входило:

- изучение зарубежного опыта нахождения параметров синхронизированных векторов;
- разработка алгоритмов определения параметров синхронизированных векторов на основе расширенной модели сигналов, применимой к сигналам с линейно-частотной модуляцией (ЛЧМ);

- апробация разработанных алгоритмов на программном обеспечении ГЭТ 153.

При проведении исследований рассматривались:

- алгоритмы нахождения параметров синхронизированных векторов, основанные на переносе спектра основной гармоники и выделения информативного сигнала с помощью цифрового ФНЧ [2–4];

- алгоритмы интерполяции спектра [5, 6];

- алгоритмы аппроксимации входного сигнала набором гармонических [7–10] и ЛЧМ-компонент.

Материалы и методы

Фактической базой для анализа актуальности в Российской Федерации вопросов метрологического обеспечения синхронного измерения

параметров переменных напряжений и токов как векторных величин послужили:

– раздел «Сведения об утвержденных типах средств измерений» ФИФ ОЕИ;

– перечень УСВИ, сертифицированных в системе добровольной сертификации СО ЕЭС.

Обзор нормативных документов, регламентирующих метрологическое обеспечение параметров синхронизированных векторных величин, был выполнен с использованием профессиональной справочной системы «Техэксперт». Также были рассмотрены стандарты, разработанные Институтом инженеров электротехники и электроники (IEEE).

Исследования проведены с применением оборудования из состава ГЭТ 153 [11, 12].

Обработка результатов измерений осуществлялась с помощью компьютерных программ:

– «Энергоэталон» и «Энерго-ЦП», написанных в среде LabVIEW компании National Instruments;

– программ, написанных в математическом пакете GNU Octave.

Понятие синхронизированного вектора

Согласно стандартам IEEE Std C37.118.1–2011 и IEEE Std C37.118.1a2014⁷, при анализе систем электроснабжения переменного тока используется представление синусоидальных сигналов (1) в виде фазоров (2). Фазоры представляют собой комплексный эквивалент величины синусоидального сигнала, в котором:

– модуль комплексной амплитуды X_m равен амплитуде синусоидального сигнала;

– аргумент φ равен углу фазового сдвига синусоидального сигнала.

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi). \quad (1)$$

$$X = X_m e^{j\varphi}. \quad (2)$$

В некоторых случаях удобно оперировать не амплитудой, а действующим

значением (комплексным действующим значением⁸):

$$X = \frac{X_m}{\sqrt{2}} e^{j\varphi}.$$

Такое представление синусоидального сигнала комплексным числом предполагает некоторую оговоренную фиксированную круговую частоту ω .

Представление сигнала $x(t)$ (1) как синхронизированного вектора отображается в виде значений функции X выражения (2), где φ является углом фазового сдвига сигнала относительно косинусной функции с номинальной частотой системы энергоснабжения f_0 (50 или 60 Гц), синхронизированной со шкалой времени UTC или UTC(SU) и максимумом, совпадающим по времени с переходом через секундную метку шкалы UTC.

Таким образом, синусоидальный сигнал представляется следующим выражением:

$$x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) = X_m \cos(2\pi f_0 t + \varphi). \quad (3)$$

Амплитуда и частота синусоиды могут быть функциями, зависящими от времени $X_m(t)$ и $f(t)$. Если определить функцию $g(t) = f(t) - f_0$ как разницу между фактической и номинальной частотами, то выражение (3) можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} x(t) &= X_m(t) \cos\left(2\pi \int_0^t f(\tau) d\tau + \varphi\right) = \\ &= X_m(t) \cos\left(2\pi \int_0^t (f_0 + g(\tau)) d\tau + \varphi\right) = \\ &= X_m(t) \cos\left(2\pi f_0 t + 2\pi \int_0^t g(\tau) d\tau + \varphi\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Представление сигнала (4) как синхронизированного вектора будет иметь вид

$$X = \frac{X_m(t)}{\sqrt{2}} e^{j\left(2\pi \int_0^t g(\tau) d\tau + \varphi\right)}. \quad (5)$$

Для случая, когда $X_m(t)$ является константой и $g = \Delta f$ – постоянным отклонением

⁷ IEEE Std C37.118.1–2011 – IEEE Standard for Synchrophasor Measurements for Power Systems. Режим доступа: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6111219> (дата обращения: 11.03.2025). IEEE Std C37.118.1a-2014 – IEEE Standard for Synchrophasor Measurements for Power Systems. Режим доступа: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6804630> (дата обращения: 11.03.2025).

⁸ Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. В 2 т. Т. 1. Л.: Энергия, 1981. 534 с.

от номинальной частоты, выражение (5) переписывается в виде

$$X = \frac{X_m}{\sqrt{2}} e^{j(2\pi\Delta f t + \varphi)}. \quad (6)$$

Из выражения (5) видно, что модуль синхронизированного вектора и угол могут быть как постоянными значениями, так и функциями от времени. Некоторые простейшие функции рассматриваются как важные случаи при тестировании УСВИ. К ним относятся:

- изменение модуля по синусоидальному закону;
- изменение угла (аргумента) по линейному (отклонение по частоте $g(x)$ является константой) или квадратичному (отклонение по частоте $g(x)$ является линейной зависимостью) законам.

Определение параметров синхронизированного вектора

Опишем порядок определения параметров синхронизированного вектора с помощью алгоритма, рекомендованного международными стандартами IEEE Std C37.118.1-2011 и IEEE Std C37.118.1a-2014. Перечисленные

документы предлагают в качестве одного из возможных алгоритмов, позволяющих определять параметры синхронизированных векторов, потоковый алгоритм.

Приведенные выше стандарты подразделяют УСВИ на классы:

– устройства класса М (Measurements, или измерительные) отдают приоритет точности измерений;

– устройства класса Р (Protection, или защитные) отдают приоритет скорости измерений.

Базовая модель обработки сигналов при измерении параметров синхронизированных векторов с помощью алгоритма, приведенного в IEEE Std C37.118.1-2011 и IEEE Std C37.118.1a-2014, показана на рис. 1.

Такой алгоритм основан на переносе спектра основной гармоники сигнала на низкую частоту с помощью его умножения на выходной сигнал квадратурного генератора номинальной частоты и выделении информативного сигнала с помощью цифрового ФНЧ.

На выходе схемы (рис. 1) имеем синхронизированный вектор в комплексной плоскости. Расчет амплитуды и фазы производится по следующим формулам:

$$X = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (7)$$

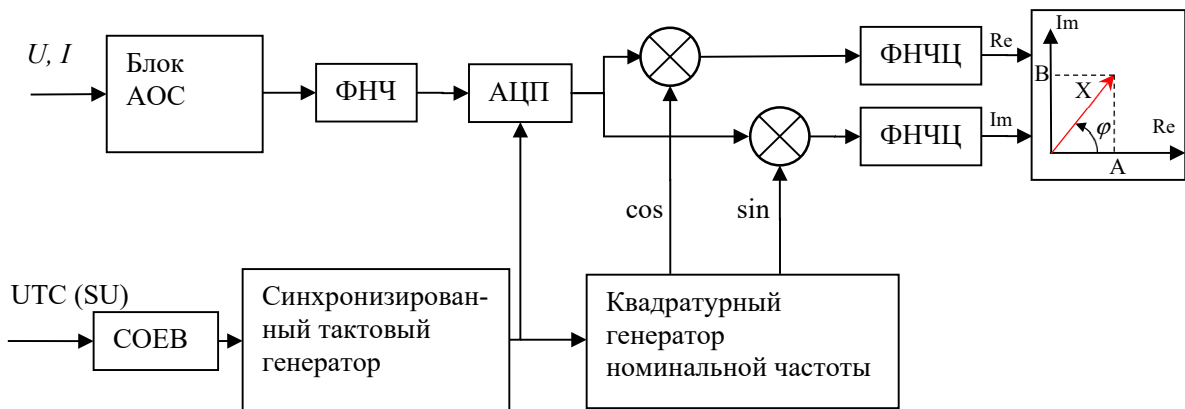


Рисунок подготовлен авторами / The figure is prepared by the authors

Рис. 1. Базовая модель обработки сигнала при измерении параметров синхронизированного вектора

СОЕВ – система обеспечения единого времени; блок АОС – блок аналоговой обработки сигнала; ФНЧ – фильтр нижних частот (антиализинговый фильтр); АЦП – аналого-цифровой преобразователь; ФНЧЦ – фильтр нижних частот цифровой; Re – вещественная компонента синхронизированного вектора; Im – мнимая компонента синхронизированного вектора; UTC (SU) – Coordinated Universal Time

Fig. 1. Basic signal processing model for synchronized vector parameter measurement in STSS – System for Time Synchronization and Support: ASP block – Analog Signal Processing block; LPF – Low-Pass Filter (anti-aliasing filter); ADC – Analog-to-Digital Converter; DLPF – Digital Low-Pass Filter; Re – real component of the synchronized vector; Im – imaginary component of the synchronized vector; UTC (SU) – Coordinated Universal Time

$$\varphi = \arctg\left(\frac{B}{A}\right), \text{ если } A > 0,$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{B}{A}\right) + \pi, \text{ если } A < 0. \quad (8)$$

Определяются:

- частота $f(t)$ как производная (разделенная разность первого порядка) от сигнала фазы;
- скорость изменения частоты $ROCOF(t)$ как вторая производная (разделенная разность второго порядка) от сигнала фазы.

При реализации данного алгоритма в качестве цифрового ФНЧ в работах [2, 3] предлагается использовать набор фильтров, выбираемых в зависимости от частоты основной гармоники сигнала.

Параметры синхронизированных векторов, особенно мгновенная частота и скорость изменения частоты, являются достаточно сложными для измерения вследствие усиления высокочастотных шумов при вычислении $f(t)$ и $ROCOF(t)$ (дифференцирования сигнала фазы).

Параметрические алгоритмы (оптимизация параметров модели сигнала)

Альтернативным вариантом измерения параметров синхронизированных векторов является применение алгоритмов, позволяющих определять параметры модели сигнала, наилучшим образом соответствующие входной цифровой копии сигнала с помощью методов оптимизации.

Критерием соответствия является минимум среднеквадратической разности между входным сигналом и сигналом, полученным по модели с найденными параметрами. В данной работе реализуется подход, основанный на методе Гаусса – Ньютона.

Модель сигнала с отсчетами $y_0, \dots, y_n, \dots, y_{N-1}$, взятыми в моменты времени $t_0, \dots, t_n, \dots, t_{N-1}$, представляется как сумма M компонент синусоидальных или линейно частотно-модулированных сигналов, каждый из которых характеризуется набором параметров: A_k и B_k (задают амплитуду и начальную фазу), C – постоянная составляющая, ω_k – круговая частота, R_k – скорость изменения частоты, где k – номер

компоненты в модели. Вид модели сигнала задается формулой

$$y_n(x) = C + \sum_{k=1}^M \left(A_k \cos\left(\omega_k t_n + \frac{R_k}{2} t_n^2\right) - B_k \sin\left(\omega_k t_n + \frac{R_k}{2} t_n^2\right) \right). \quad (9)$$

Если $R_k = 0$, а частоты ω_k заранее заданы и образуют равномерную сетку на оси частот, то задача решается обычным дискретно-временным разложением Фурье, для которого существуют быстрые реализации (быстрое преобразование Фурье) [13]. В таком случае применяются также дополнительные методы, улучшающие результаты спектрального анализа: весовые окна, интерполяция спектра [5, 6].

Если $R_k = 0$, а частоты ω_k заранее заданы, но расставлены произвольным образом по оси частот, то задача остается линейной по параметрам и решается с помощью метода наименьших квадратов согласно IEEE Std 1241–2010⁹:

$$\sum_{n=0}^{N-1} \left(\hat{y}_n - \left(C + \sum_k A_k \cos(\omega_k t_n) - B_k \sin(\omega_k t_n) \right) \right)^2 \rightarrow \min, \quad (10)$$

где \hat{y}_n – отсчеты реального сигнала, полученного в результате измерений.

Если взять частные производные от выражения (10) по неизвестным A_k, B_k и C и приравнять их к нулю, то получим систему линейных уравнений (11), решением которой и будут искомые A_k, B_k и C .

$$Dx = y, \quad (11)$$

где y записан в матричной нотации и представляет собой отсчеты входного сигнала в виде вектор-столбца

$$y = \begin{pmatrix} \hat{y}_0 \\ \vdots \\ \hat{y}_{N-1} \end{pmatrix},$$

⁹ IEEE Std 1241–2010 – IEEE Standard for Terminology and Test Methods for Analog-to-Digital Converters, 2011. Режим доступа: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5692956> (дата обращения: 01.10.2025).

набор неизвестных параметров для случая, когда сигнал содержит M спектральных компонент, представляется в виде

$$x = (A_1, B_1, A_2, B_2, \dots, A_M, B_M, C)^T. \quad (12)$$

Вектор неизвестных параметров x и матрицу D также можно записать следующим образом:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_M \\ C \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$D = (d_1 \ d_2 \ \dots \ d_M \ \mathbf{1}), \quad (14)$$

где $\mathbf{1}$ – вектор-столбец, состоящий из единиц размера $(N-1) \times 1$; d_k и x_k – обозначения, вводимые для краткости записи выражений, имеют вид

$$d_k = \begin{pmatrix} \cos \omega_k t_0 & -\sin \omega_k t_0 \\ \vdots & \vdots \\ \cos \omega_k t_{N-1} & -\sin \omega_k t_{N-1} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$x_k = \begin{pmatrix} A_k \\ B_k \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Система уравнений (11) в общем случае решения не имеет. Поэтому задачу можно решить только в смысле нахождения такого вектора x , чтобы минимизировать разность (расстояние) между Dx и y . Для этого применим критерий минимизации суммы квадратов разностей левой и правой частей уравнений системы, то есть

$$(Dx - y)^T (Dx - y) \rightarrow_x^{\min}. \quad (17)$$

Решение этой задачи минимизации приводит к решению следующей системы уравнений:

$$D^T y = D^T D x \Rightarrow x = (D^T D)^{-1} D^T y. \quad (18)$$

Такой алгоритм вычисления параметров гармонического сигнала в зарубежных источниках принято называть трехпараметрическим алгоритмом [6, 7] по числу неизвестных параметров для сигнала из одного компонента.

Если $R_k = 0$ и частоты ω_k заранее не известны или требуют уточнения, то они тоже

являются искомыми параметрами и в уравнении (9) появляется дополнительный искомый параметр. Само уравнение становится нелинейным по параметрам.

Один из способов решения – линеаризовать уравнение в районе рабочей точки. Такой алгоритм принято называть четырехпараметрическим по числу неизвестных параметров для сигнала из одного компонента.

Пусть ω_k – искомое (уточняемое) значение частоты, имеющее приближенное значение $\hat{\omega}_k$, полученное или из априорных знаний, или на предыдущем этапе вычислений, или определенное другими методами.

Для нахождения ω_k достаточно найти разность (отклонение) искомого значения частоты от ее приближенного значения $\hat{\omega}_k$:

$$\Delta\omega_k = \omega_k - \hat{\omega}_k. \quad (19)$$

Тогда модель сигнала с неизвестными амплитудой, фазой, частотой компонент и постоянной составляющей, учитывая выражение (19), примет следующий вид:

$$y_n(x) = \sum_{k=1}^M \left(A_k \cos((\hat{\omega}_k + \Delta\omega_k)t_n) - B_k \sin((\hat{\omega}_k + \Delta\omega_k)t_n) \right) + C, \quad (20)$$

где набор искомых параметров определяется как

$$x = (A_1, B_1, \Delta\omega_1, A_2, B_2, \Delta\omega_2, \dots, A_M, B_M, \Delta\omega_M, C)^T. \quad (21)$$

Используя тригонометрические тождества, разложение в ряд Тейлора функций косинуса и синуса, и отбрасывая члены второго и более порядков малости, с учетом возникающего условия $\Delta\omega_k t_n \ll 1$ получим модель сигнала (20) в следующем виде:

$$y_n(x) \approx \sum_{k=1}^M \left(A_k \cos \hat{\omega}_k t_n - B_k \sin \hat{\omega}_k t_n - \Delta\omega_k t_n (A_k \sin(\hat{\omega}_k t_n) + B_k \cos(\hat{\omega}_k t_n)) \right) + C. \quad (22)$$

Из выражения (22) видно, что оно все еще является нелинейным относительно параметров, так как содержит кросс-произведения $\Delta\omega_k A_k$ и $\Delta\omega_k B_k$.

Заменяя переменные A_k и B_k в предпоследнем члене уравнения (22) на $A_{k_{i-1}}$ и $B_{k_{i-1}}$

и принимая их за известные величины, полученные на предыдущем этапе вычислений или определенные другим методом, представим уравнение (22) уже в виде линейного по параметрам

$$y_n(x) \approx \sum_{k=1}^M \left(A_k \cos \hat{\omega}_k t_n - B_k \sin \hat{\omega}_k t_n - \Delta \omega_k t_n \left(A_{k_{i-1}} \sin(\hat{\omega}_k t_n) + B_{k_{i-1}} \cos(\hat{\omega}_k t_n) \right) \right) + C. \quad (23)$$

Обозначим за d'_k вектор-столбец, составленный из выражений, содержащихся в предположенном члене уравнения (23):

$$d'_k = -\Delta \omega_k t_n \left(A_{k_{i-1}} \sin(\hat{\omega}_k t_n) + B_{k_{i-1}} \cos(\hat{\omega}_k t_n) \right). \quad (24)$$

Таким образом, решение задачи нахождения набора неизвестных параметров в матричном виде на итерации сводится к решению следующего уравнения:

$$x_i = \left(\hat{D}_i^T \hat{D}_i \right)^{-1} \hat{D}_i^T y, \quad (25)$$

где \hat{D}_i – прямоугольная матрица вида

$$\hat{D} = (d_1 d'_1 \quad d_2 d'_2 \quad \dots \quad d_M d'_M \quad 1). \quad (26)$$

Для исследования метрологических характеристик УСВИ применяются линейно частотно-модулированные сигналы (ЛЧМ-сигналы). Дальнейшее добавление в модель параметров R_k не меняет сути задачи с точки зрения оптимизационных алгоритмов и с математической точки зрения означает переход к поиску решения не в базисе чисто гармонических функций, а в базисе ЛЧМ-сигналов. Таким образом, в модели сигнала (9) задействуется еще один вид искоемых параметров R_k – скорость изменения частоты k -го компонента. Теперь задача состоит в нахождении неизвестных параметров A_k , B_k , ω_k , R_k и C .

Для нахождения R представим разницу искомого значения скорости изменения частоты R от некоторого ее приближенного значения \hat{R} , аналогично выражению (19):

$$\Delta R = R - \hat{R}. \quad (27)$$

С учетом введенных обозначений (19) и (27) модель сигнала с ЛЧМ-компонентами примет следующий вид:

$$y_n[x] = \sum_{k=1}^M \left(A_k \cos \left(\hat{\omega}_k t_n + \frac{\hat{R}_k}{2} t_n^2 + \Delta \omega_k t_n + \frac{\Delta R_k}{2} t_n^2 \right) - B_k \sin \left(\hat{\omega}_k t_n + \frac{\hat{R}_k}{2} t_n^2 + \Delta \omega_k t_n + \frac{\Delta R_k}{2} t_n^2 \right) \right) + C. \quad (28)$$

Аналогично случаю с четырьмя неизвестными параметрами для линеаризации получившейся модели (28) нами используются разложения в ряд Тейлора функций синуса и косинуса и отбрасываются члены второго и более порядков малости. При этом возникает

дополнительное условие: $\frac{\Delta R}{2} t_n^2 \ll 1$. При име-

ющихся начальных приближениях $A_{k_{i-1}}$, $B_{k_{i-1}}$, $\hat{\omega}_{k_{i-1}}$ и $\hat{R}_{k_{i-1}}$ модель сигнала (28) становится линейной по параметрам и в случае содержания в своем составе ЛЧМ-компонент переписывается в следующем виде:

$$y_n[x] = \sum_{k=1}^M \left(A_k \cos \left(\hat{\omega}_k t_n + \frac{\hat{R}_k}{2} t_n^2 \right) - B_k \sin \left(\hat{\omega}_k t_n + \frac{\hat{R}_k}{2} t_n^2 \right) - A_{k_{i-1}} \Delta \omega_{k_{i-1}} t_n \sin \left(\hat{\omega}_k t_n + \frac{\hat{R}_k}{2} t_n^2 \right) - B_{k_{i-1}} \Delta \omega_{k_{i-1}} t_n \cos \left(\hat{\omega}_k t_n + \frac{\hat{R}_k}{2} t_n^2 \right) - A_{k_{i-1}} \frac{\Delta R_{k_{i-1}}}{2} t_n^2 \sin \left(\hat{\omega}_k t_n + \frac{\hat{R}_k}{2} t_n^2 \right) - B_{k_{i-1}} \frac{\Delta R_{k_{i-1}}}{2} t_n^2 \cos \left(\hat{\omega}_k t_n + \frac{\hat{R}_k}{2} t_n^2 \right) \right) + C. \quad (29)$$

Вектор неизвестных параметров x для такого сигнала отображается выражением

$$x = (A_1, B_1, \Delta \omega_1, \Delta R_1, A_2, B_2, \Delta \omega_2, \Delta R_2, \dots, A_M, B_M, \Delta \omega_M, \Delta R_M, C)^T. \quad (30)$$

Обозначим за d''_k вектор-столбец, составленный из членов выражения (30), содержащих ΔR

$$d''_k = -A_{k_{i-1}} \frac{\Delta R_{k_{i-1}}}{2} t_n^2 \sin \left(\hat{\omega}_k t_n + \frac{\hat{R}_k}{2} t_n^2 \right) - B_{k_{i-1}} \frac{\Delta R_{k_{i-1}}}{2} t_n^2 \cos \left(\hat{\omega}_k t_n + \frac{\hat{R}_k}{2} t_n^2 \right). \quad (31)$$

Тогда для нахождения набора неизвестных параметров (30) вновь применим метод наименьших квадратов (25). Однако прямоугольная матрица \hat{D} примет иной вид:

$$\hat{D} = (d_1 d_1' d_1'' d_2 d_2' d_2'' \dots d_M d_M' d_M'' \mathbf{1}). \quad (32)$$

В результате решения уравнения (25) получают уточненные параметры A_k , B_k и C и новые поправки – приращения для круговой частоты $\Delta\omega_k$ и скорости изменения частоты ΔR_k , – соответствующие каждой ЛЧМ-компоненте, которые будут использованы для получения новых оценок ω_k и R_k для следующей итерации.

Такой алгоритм расчета параметров ЛЧМ-сигнала (амплитуды, фазы, частоты, скорости изменения частоты и постоянного смещения) по аналогии с алгоритмом четырехпараметрической аппроксимации данных синусоидальных сигналов¹⁰ будем называть пятипараметрическим по числу неизвестных параметров для сигнала из одного компонента.

Результаты и обсуждение

Научная новизна

При исследовании и реализации альтернативного типа алгоритмов (параметрических алгоритмов) авторы:

- расширили модель сигнала до пяти параметров;
- разработали новые алгоритмы, позволяющие находить параметры сигнала с высокой точностью.

Предложенное авторами усложнение модели сигнала за счет применения расширенного набора базисных функций (ЛЧМ-компонент сигнала) позволяет исследовать метрологические характеристики устройств синхронизированных векторных измерений.

Практическая значимость

Представленная работа может быть интересна специалистам, занимающимся разработкой, исследованием и практическим применением средств измерений параметров синхронизированных векторов напряжения и силы

тока, а также широкому кругу специалистов в области цифровой обработки сигналов.

При практической реализации параметрических алгоритмов в ГЭТ 153 дополнительно применялись весовые окна, позволяющие устранять влияние на результат паразитных гармоник вне рассматриваемой полосы частот.

В дальнейшем авторы планируют дополнительно уточнить механизм воздействия весовых окон при анализе сигналов с ЛЧМ-компонентами. Также авторы планируют разработать методы нахождения начальных приближений с помощью нейросетей и применить экстраполяцию значений параметров сигнала в пространстве состояний (фазовом пространстве).

Заключение

В настоящей статье кратко описаны два типа разработанных алгоритмов вычисления параметров синхронизированных векторных величин.

Первый тип – алгоритмы, построенные на основе фильтрации по структуре, предложенной в стандартах IEEE Std C37.118.1–2011 и IEEE Std C37.118.1a–2014. Характеристики точности, получаемые с помощью переноса спектра и линейной фильтрации, были улучшены в ГЭТ 153 за счет использования специально спроектированных фильтров для выделения информации о модуле, фазе, мгновенной частоте и скорости изменения частоты. Данный тип алгоритмов не требует начального приближения, является вычислительно устойчивым и позволяет получать результат в режиме реального времени при работе на базе ПК. Результаты его работы могут применяться в качестве начальных приближений для параметрических алгоритмов.

Второй тип – параметрические алгоритмы, основанные на минимизации отклонений найденных параметров модели сигнала от входной цифровой копии. Данные алгоритмы являются вычислительно затратными, требуют начальных приближений параметров и контроля сходимости, а также являются блочными. Поэтому вычисление в режиме реального времени без пропусков сигнала возможно только для относительно малого числа компонент.

В качестве источника начальных приближений для параметрических алгоритмов могут использоваться упомянутые выше алгоритмы,

¹⁰ Алгоритм четырехпараметрической аппроксимации данных синусоидальных сигналов (An algorithm for four-parameter least-squares fit to sine-wave data) описан в приложении В стандарта IEEE Std 1241–2010.

построенные на основе фильтрации (IEEE Std C37.118.1–2011), и алгоритмы, построенные на основе оконного преобразования Фурье и интерполяции текущих спектров [5, 6].

Преимуществом параметрических алгоритмов является возможность достигнуть предельно высокой точности определения параметров в случае низкого уровня шумов и помех. Использование параметрических алгоритмов дает возможность «уйти» от спектральных утечек и краевых эффектов и ослабить ограничение, накладываемое принципом неопределенности в спектральном анализе [13].

Однако применение разработанных параметрических алгоритмов в УСВИ и рабочих средствах измерений ограничено их неспособностью находить значения параметров в сигналах, возникающих при нестационарных режимах работы энергосистемы, т. е. в режиме «больших возмущений», например, коротких замыканиях, коммутационных переключениях в электрической сети и т. д. Применение разработанных параметрических алгоритмов целесообразно в эталонных комплексах.

Программное обеспечение, реализующее описанные типы алгоритмов, было опробовано и внедрено в Государственном первичном эталоне электрической мощности ГЭТ 153 и в комплексе для метрологического обеспечения цифровых электрических подстанций. В целом их внедрение направлено на обеспечение прослеживаемости к государственному эталону результатов измерений синхронизированных векторных величин, востребованных в интеллектуальных электрических сетях.

Вклад авторов: Все авторы внесли свой вклад в концепцию и дизайн исследования. Локачева Ю. А. – написание текста статьи, формулировка выводов, работа с источниками литературы, участие в проведении исследовательской работы; Гублер Г. Б. – разработка замысла исследования, программирование, предоставление материалов для исследования, курирование данных, проверка и редакция текста статьи, руководство и контроль, руководство научно-исследовательской работой.

Acknowledgments: All authors contributed to the study's conception and design. Lokacheva J. A. – writing the text of the article,

formulating conclusions, working with literature sources, research; Gubler G. B. – developing the research idea, programming, providing materials for research, curating data, checking and editing the text of the article, guidance and control, directing research work.

Финансирование: Исследования выполнялись в рамках работ, профинансированных Росстандартом.

1. Опытнo-конструкторская работа «Разработка комплекса аппаратных средств высшей точности для усовершенствования базы Государственных первичных эталонов с целью обеспечения единства измерений в Российской Федерации в области измерений переменного напряжения, электроэнергетики и импортозамещения», шифр «Электричество», государственный контракт № 120–92 от 16.06.2017.

2. Опытнo-конструкторская работа «Выполнение СЧ ОКР по разработке комплекса измерений массового расхода криогенных жидкостей; комплекса государственных первичных референтных методик измерений; эталонных установок и стандартных образцов для метрологического обеспечения измерений в медицинской лабораторной диагностике; комплекса для метрологического обеспечения цифровых электрических подстанций» в части разработки комплекса для метрологического обеспечения цифровых электрических подстанций, шифр ОКР «Система-2020», государственный контракт от 4.12.2020 № 02567567/12479/0505–20.

3. Совершенствование Государственного первичного эталона единицы электрической мощности в диапазоне частот от 1 до 2 500 Гц ГЭТ 153-2019 в рамках соглашения о предоставлении из федерального бюджета субсидий организациям на возмещение затрат, связанных с осуществлением расходов в области обеспечения единства измерений, от 9.02.2023 № 172-11-2023-002.

Funding: The research was carried out as part of the work funded by Rosstandart.

1. Development work «Development of a complex of high-precision hardware for improving the base of State primary standards in order to ensure the uniformity of measurements in the Russian Federation in the field of measurements of alternating voltage, electric power industry and import

substitution», code: «Electricity», state contract № 120–92 dated 16.06.2017.

2. Development work «Implementation of the R&D program for the development of a complex for measuring the mass flow of cryogenic liquids; a complex of state primary reference measurement methods; reference installations and reference samples for metrological support of measurements in medical laboratory diagnostics; a complex for metrological support of digital electrical substations» in terms of the development of a complex for metrological support of digital electrical substations, cipher: ROC Sistema 2020, state contract dated December 4, 2020, № 02567567/12479/0505–20.

3. Improvement of the State primary standard

unit of electric power in the frequency range from 1 to 2500 Hz GET 153-2019, within the framework of the agreement on the provision of subsidies from the federal budget to organizations for reimbursement of costs related to the implementation of expenses in the field of ensuring the uniformity of measurements, dated February 9, 2023, № 172-11-2023-002.

Конфликт интересов: Авторы декларируют об отсутствии явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Conflict of interest: The authors declare no actual or potential conflicts of interest.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Фадке А., Торп Дж.* Синхронизированные векторные измерения и их применение : Пер. с англ. Москва : Техносфера, 2021. 320 с.
2. *Локачева Ю. А., Гублер Г. Б.* Алгоритмы обработки сигналов при воспроизведении электроэнергетических величин в эталонном комплексе // «За нами будущее». «Лучший молодой метролог КООМЕТ – 2023» : Сборник тезисов докладов II Международной научно-практической конференции молодых ученых и специалистов и X Международного конкурса, Екатеринбург, 14–16 июня 2023 года. Санкт-Петербург : ООО «Издательско-полиграфическая компания “Коста”», 2023. 266–268 с.
3. *Roscoe A. J.* Exploring the relative performance of frequency-tracking and fixed-filter phasor measurement unit algorithms under C37.118 test procedures, the effects of interharmonics, and initial attempts at merging P-class response with M-class filtering // IEEE transactions on instrumentation and measurement. 2013. Vol. 62, Iss. 8. P. 2140–2153. <https://doi.org/10.1109/TIM.2013.2265431>
4. *Roscoe A. J., Dickerson B., Martin K. E.* Filter design masks for C37.118.1a-compliant frequency-tracking and fixed-filter M-class phasor measurement units // IEEE Transactions on instrumentation and measurement. 2015. Vol. 64, Iss. 8. P. 2096–2107. <https://doi.org/10.1109/tim.2015.2445111>
5. *Grandke T.* Interpolation algorithms for discrete Fourier transforms of weighted signals // IEEE Transactions on instrumentation and measurement. 1983. Vol. 32, Iss. 2. P. 350–355. <https://doi.org/10.1109/TIM.1983.4315077>
6. *Duda K.* Interpolation algorithms of DFT for parameters estimation of sinusoidal and damped sinusoidal signals. In: Fourier Transform – Signal Processing / Edited by S. M. Salih. Available at: <https://doi.org/10.5772/36264>
7. *Lapuh R.* Sampling with 3458A; understanding, programming, sampling and signal processing. Ljubljana : by Left Right d. o. o., 2018. 282 p.
8. *Belega D., Dallet D., Petri D.* Performance comparison of the three-parameter and the four-parameter sine-fit algorithms // IEEE International instrumentation and measurement technology conference, Hangzhou, China, 2011. P. 1–4. <https://doi.org/10.1109/IMTC.2011.5944010>
9. *Augustyn J., Kampik M., Musiol Krz.* Investigation of selected reconstruction algorithms used for determination of complex ratio of AC voltages // IEEE Transactions on instrumentation and measurement. 2021. Vol. 70. P. 1–9. <https://doi.org/10.1109/TIM.2021.3071233>
10. *Agustoni M., Castello P., Frigo G.* Phasor measurement unit with digital inputs: synchronization and interoperability issues // IEEE Transactions on instrumentation and measurement. 2022. Vol. 71. P. 1–10. <https://doi.org/10.1109/TIM.2022.3175052>.
11. *Гублер Г. Б., Никитин А. С., Шаниро Е.* 3. Государственный первичный эталон единицы электрической мощности в диапазоне частот от 1 до 2500 Гц ГЭТ 153-2012 // Измерительная техника. 2016. № 1. С. 3–7.
12. Многофункциональный государственный первичный эталон единиц электрической мощности в диапазоне частот от 1 до 2500 Гц ГЭТ 153-2019 / Г. Б. Гублер [и др.] // Эталоны. Стандартные образцы. 2020. Т. 16, № 1. С. 7–16. <https://doi.org/10.20915/2687-0886-2020-16-1-7-16>
13. *Марпл-мл. С. Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения : Пер. с англ. М. : Мир, 1990. 584 с.

REFERENCE

1. Fotke A, Thorpe J. Synchronized vector measurements and their application: Translated from English. Moscow: Technosphere; 2021. 320 p. (In Russ.).
2. Lokacheva JA, Gubler GB. Signal processing algorithms for reproducing electric power quantities in a reference complex. In: «*Za nami budushhee*». «*Luchshij molodoj metrolog KOOMET – 2023*»: Collection of abstracts of the II International Scientific and Practical Conference of Young Scientists and Specialists and the X International Competition, Yekaterinburg, 14–16 June 2023. Sankt-Petersburg: OOO «Izdatel'sko-poligraficheskaja kompanija “Kosta”»; 2023. 266–268 p. (In Russ.).
3. Roscoe AJ. Exploring the relative performance of frequency-tracking and fixed-filter phasor measurement unit algorithms under C37.118 test procedures, the effects of interharmonics, and initial attempts at merging P-class response with M-class filtering. *IEEE transactions on instrumentation and measurement*. 2013;62(8):2140–2153. <https://doi.org/10.1109/TIM.2013.2265431>
4. Roscoe AJ, Dickerson B, Martin KE. Filter design masks for C37.118.1a-compliant frequency-tracking and fixed-filter M-class phasor measurement units. *IEEE Transactions on instrumentation and measurement*. 2015;64(8):2096–2107. <https://doi.org/10.1109/tim.2015.2445111>
5. Grandke T. Interpolation algorithms for discrete Fourier transforms of weighted signals. *IEEE Transactions on instrumentation and measurement*. 1983;32(2):350–355. <https://doi.org/10.1109/TIM.1983.4315077>
6. Duda K. Interpolation algorithms of DFT for parameters estimation of sinusoidal and damped sinusoidal signals. In: Fourier Transform – Signal Processing. Edited by Salih SM. Available at: <https://doi.org/10.5772/36264>
7. Lapuh R. Sampling with 3458A; understanding, programming, sampling and signal processing. Ljubljana: by Left Right d. o. o.; 2018. 282 p.
8. Belega D, Dallet D, Petri D. Performance comparison of the three-parameter and the four-parameter sine-fit algorithms. In: *IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference*, Hangzhou, China, 2011. P. 1–4. <https://doi.org/10.1109/IMTC.2011.5944010>
9. Augustyn J, Kampik M, Musiol Krz. Investigation of selected reconstruction algorithms used for determination of complex ratio of AC voltages. *IEEE Transactions on instrumentation and measurement*. 2021;70:1–9. <https://doi.org/10.1109 / TIM.2021.3071233>
10. Agustoni M, Castello P, Frigo G. Phasor measurement unit with digital inputs: synchronization and interoperability issues. *IEEE Transactions on instrumentation and measurement*. 2022;71:1–10. <https://doi.org/10.1109/TIM.2022.3175052>
11. Gubler GB, Nikitin AYU, Shapiro EZ. The state primary standard of a unit of electric power in the frequency range from 1 to 2500 Hz GET 153-2012. *Izmeritel'naya Tekhnika*. 2016;1:3–7. (In Russ.).
12. Gubler GB, Nikitin AYU, Shapiro EZ, Alekseeva NS. Multifunctional state primary power standard in the frequency range from 1 to 2500 Hz, GET 153-2019. *Measurement Standards. Reference Materials*. 2020;16(1):7–16. (In Russ.). <https://doi.org/10.20915/2687-0886-2020-16-1-7-1>
13. Marple, Jr. SL. Digital spectral analysis and its applications: Translated from English, Moscow: Mir; 1990. 584 p. (In Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Локачева Юлия Андреевна – аспирант, научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории в области электроэнергетики, ФГУП «ВНИИМ им. Д. И. Менделеева»
190005, г. Санкт-Петербург, пр. Московский, 19
e-mail: yu.a.lokacheva@vniim.ru

Гублер Глеб Борисович – канд. техн. наук, руководитель научно-исследовательской лаборатории в области электроэнергетики, ФГУП «ВНИИМ им. Д. И. Менделеева»
190005, г. Санкт-Петербург, пр. Московский, 19
e-mail: g.b.gubler@vniim.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Julia A. Lokacheva – Postgraduate Student, Researcher of the Research Laboratory in the Field of Electric Power, D. I. Mendeleyev Institute for Metrology

19 Moskovsky ave., St. Petersburg, 190005, Russia
e-mail: yu.a.lokacheva@vniim.ru

Gleb B. Gubler – Cand. Sci. (Eng.), Head of the Research Laboratory in the Field of Electric Power, D. I. Mendeleyev Institute for Metrology

19 Moskovsky ave., St. Petersburg, 190005, Russia
e-mail: g.b.gubler@vniim.ru