

## ЭТАЛОНЫ

Научная статья  
УДК 006.91::531.07+681.26.007.2  
<https://doi.org/10.20915/2077-1177-2024-20-2-23-32>



# Компарирование гирь с применением циклов взвешивания при нелинейном дрейфе компаратора

Ю. И. Каменских ✉, В. С. Снегов

ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д. И. Менделеева»,  
г. Санкт-Петербург, Россия  
✉ Y. I. Kamenskih@vniim.ru

**Аннотация:** Взвешивания по циклам, или циклы взвешивания, применяются метрологами во всем мире, чтобы устранить дрейф показаний компаратора при сравнении массы эталонных гирь. Различные типы циклов и их описания приведены в международной рекомендации по законодательной метрологии OIML R111-1-2004, принятой в Российской Федерации в качестве национального стандарта. В них рассмотрены циклы в предположении линейности дрейфа показаний компаратора. В статье рассматриваются циклы взвешивания, устраняющие нелинейный дрейф компаратора. Предложены модели дрейфа в виде экспоненциального и полиномиального законов, при которых характерны быстрая зависимость показаний в начале цикла и более медленная в конце цикла. Представлена последовательность выведения формул разности между массой поверяемого и исходного эталона по четырем отсчетам компаратора, через равные промежутки времени. Формулы состоят из двух слагаемых: первое совпадает с формулой для случая линейного дрейфа; вторые слагаемые играют роль поправки на отклонение дрейфа от линейности. Формулы верны и для линейного дрейфа, поскольку в этом случае вторые слагаемые обращаются в ноль. Оценки разностей массы сравниваемых гирь с учетом нелинейности дрейфа компаратора позволяют оценить неопределенность измерений для линейного и нелинейного дрейфа и актуализируются при постоянном повышении точности взвешивания, особенно – при сравнении эталонов массы высшей точности.

**Ключевые слова:** цикл взвешивания, нелинейность, разность массы, дрейф показаний, компаратор

**Ссылка при цитировании:** Каменских Ю. И., Снегов В. С. Компарирование гирь с применением циклов взвешивания при нелинейном дрейфе компаратора // Эталоны. Стандартные образцы. 2024. Т. 20, № 2. С. 23–32. <https://doi.org/10.20915/2077-1177-2024-20-2-23-32>

Статья поступила в редакцию 06.03.2024; одобрена после рецензирования 11.04.2024; принята к публикации 25.06.2024.

## MEASUREMENT STANDARDS

Research Article

# Comparing Weights According to Weighing Cycles with Nonlinear Drift of the Comparator

Yurii I. Kamenskikh ✉, Viktor S. Snegov

D. I. Mendeleev Institute for Metrology, St. Petersburg, Russia

✉Y. I. Kamenskikh@vniim.ru

**Abstract:** Cycle weighing is used by metrologists around the world to eliminate drift in comparator readings when comparing the mass of reference weights. Various types of cycles and their descriptions are given in the International Recommendation on legal metrology OIML R111-1-2004 adopted in the Russian Federation as a national standard. They consider cycles under the assumption of linear drift of comparator readings. The article discusses weighing cycles that eliminate nonlinear drift of the comparator. Drift models are proposed in the form of exponential and multinomial laws, which are characterized by a fast dependence of readings at the beginning of the cycle and a slower one at the end of the cycle. The derivation of formulas for the difference between the mass of the verified and the original standard according to four comparator readings at equal time intervals is given. The formulas consist of two components: the first coincides with the formula for linear drift, and the second plays the role of a correction for the drift deviation from linearity. The formulas are also correct for linear drift, since in this case the second components become zero. Estimates of the differences in the mass of the compared weights, taking into account the nonlinearity of the comparator drift, make it possible to estimate the measurement uncertainty for linear and nonlinear drift and become relevant with a constant increase in weighing accuracy, especially when comparing high-precision mass standards.

**Key words:** weighing cycle, nonlinearity, mass difference, drift, comparator

**For citation:** Kamenskikh Yu. I., Snegov V. S. Comparing weights according to weighing cycles with nonlinear drift of the comparator. *Measurement Standards. Reference Materials*. 2024;20(2):23–32. (In Russ.). <https://doi.org/10.20915/2077-1177-2024-20-2-23-32>

The article was submitted 06.03.2024; approved after reviewing 11.04.2024; accepted for publication 25.06.2024.

### Введение

Значимость точных взвешиваний в естествознании трудно переоценить. Не проводя точных взвешиваний, невозможно было бы прийти к атомистической структуре веществ. Без точных взвешиваний были бы невозможны многие открытия в химии. Д. И. Менделеев придавал им огромное значение не только в познании природы силы тяжести, но и в метрологии «при регулировке точных гирь» [1]. В качестве основных приняты три метода точного взвешивания: метод Борда, метод Гаусса и метод Менделеева [2, 3]. Они служат для исключения инструментальной погрешности весов, например, из-за неравноплечести коромысла рычажных весов.

Метод Борда, или метод замещения, заключается в том, что после уравновешивания весов измеряемый груз снимают, затем на его место помещают гири массой,

достаточной для приведения весов в исходное положение равновесия. Массу взвешиваемого груза находят по массе гирь и показанию весов.

Метод Гаусса, или метод двойного взвешивания, состоит в двукратном взвешивании измеряемого груза вначале на одной, затем на другой чашке весов. Массу измеряемого груза находят как среднее арифметическое из результатов двух взвешиваний.

В методе Д. И. Менделеева вначале на весы помещают гири массой, равной максимальной нагрузке весов, затем измеряемый груз помещают на чашку с гирями, снимая при этом столько гирь, чтобы весы пришли в прежнее положение равновесия. Массу измеряемого груза находят по массе снятых гирь и по показанию весов.

Независимо от метода, точные взвешивания производят по так называемым циклам взвешивания, чтобы

по возможности исключить дрейф показаний весов, вызванный изменением во времени факторов внешней среды. Известны три вида циклов взвешивания:  $RTR$ ,  $RTTR$  и  $RT_1T_2...T_nR^1$ , приведенные в Международной рекомендации по законодательной метрологии OIML R111-1-2004 и ее идентичном переводе – национальном стандарте ГОСТ OIML R111-1-2009. Их применение ограничено предположением о линейности дрейфа показаний весов, что не всегда выполняется на практике. В связи с этим целью данной статьи является расширение циклов взвешивания на случай нелинейной зависимости временного дрейфа показаний весов.

### Материалы и методы

Для исследования были использованы весы и гиря. Измерения проводились на вакуумном компараторе массы CCL 1007, который является составной частью Государственного первичного эталона единицы массы – килограмма ГЭТ 3–2020. К тому были привлечены дополнительные средства измерения. Обработку результатов измерений осуществляли с помощью компьютерных программ Mathcad и Excel.

### Циклы взвешивания в методах точного взвешивания

В современных электронных весах используется метод Борда, при котором измеряемая масса сравнивается с известной массой, например – с массой эталонных гирь. В самых точных весах – компараторах массы – используется метод Д. И. Менделеева, позволяющий получить наивысшую точность компарирования двух гирь. С этой целью, кроме применения методов точного взвешивания, необходимо (а) учитывать влияние окружающей среды, аэростатических и электромагнитных сил; (б) производить взвешивания по так называемым циклам взвешивания, что позволяет уменьшить влияние дрейфа показаний весов из-за вышеназванных причин [4, 5].

В работе [6] приводится уравнение для разности массы между каждой поверяемой гирей и эталонной гирей, учитывающее линейный дрейф показаний компаратора. В этом случае его можно применять при проверке более точных гирь, например, класса E или F. Необходимым

условием применения всех типов циклов взвешивания является то, что отсчеты показаний должны сниматься последовательно через равные промежутки времени.

Рассмотрим цикл  $RTTR$ , широко применяющийся в метрологической практике при сравнении эталонов массы наивысшей точности. В нашей стране цикл  $RTTR$  применяют для сравнения эталонов-копий с национальным прототипом килограмма № 12 из состава Государственного первичного эталона единицы массы [7–9]. Предположение о линейности закона изменения показаний компаратора во времени, т. е. линейности дрейфа, и условие равномерности снятия отсчетов означает, что при линейном дрейфе к каждому следующему показанию должно прибавляться некоторая постоянная величина, характеризующая скорость изменения показаний, которую можно назвать дрейфом показаний за время между двумя последующими отсчетами, т. е.

$$I_{r1} = R, \quad (1)$$

$$I_{t1} = T + \delta, \quad (2)$$

$$I_{t2} = T + 2\delta, \quad (3)$$

$$I_{r2} = R + 3\delta, \quad (4)$$

где  $I_{r1}$ ,  $I_{t1}$ ,  $I_{t2}$ ,  $I_{r2}$  – последовательные отсчеты показаний компаратора.

Вычитая из (2) уравнение (1) и из (3) – уравнение (4), получим формулу для разности массы  $\Delta$  между испытуемой гирей  $T$  и эталонной гирей  $R$ , приведенную в <sup>1</sup>, в которую не входит величина  $\delta$ :

$$\Delta = \frac{1}{2} \cdot (I_{t1} - I_{r1} - I_{r2} + I_{t2}), \quad (5)$$

где  $I_{r1}$  и  $I_{r2}$  – показания компаратора нагруженного эталоном  $R$ ;

$I_{t1}$  и  $I_{t2}$  – показания компаратора нагруженного поверяемой гирей  $T$ .

### Циклы взвешивания при нелинейном дрейфе показаний

Известно: ничто, особенно в технике, не подчиняется линейным законам, т. к. они приводят к неограниченно большим величинам. Линейный закон может выполняться только с ограничениями по времени, диапазону и точности измерений. Поэтому закономерен вопрос об использовании циклов взвешивания для нелинейного дрейфа. Следуя последним достижениям в области точной механики, технологии обработки металлов, электронной и компьютерных технологиях, точность компараторов массы существенно возросла, их стандартное отклонение составляет около  $1 \cdot 10^{-10}$  кг при чувствительности

<sup>1</sup> Здесь  $R$  и  $T$  обозначают соответственно эталонную и поверяемую гири, как правило, одинакового номинального значения.

ГОСТ OIML R111-1-2009 Государственная система обеспечения единства измерений. Гири классов точности E (индекса 1), E (индекса 2), F (индекса 1), F (индекса 2), M (индекса 1), M (индекса 1–2), M (индекса 2), M (индекса 2–3) и M (индекса 3). Часть 1. Метрологические и технические требования.

около  $1 \cdot 10^{-11}$  кг [7]. Это приводит к необходимости разработать циклы взвешивания, учитывающие нелинейный характер изменения показаний, при котором показания вначале будут изменяться быстрее, а затем медленнее, приближаясь к некоторому их постоянному значению. Так, при установке на весы измеряемого груза ток в компенсационной катушке возрастает, что вызывает ее дополнительный нагрев и нагрев постоянного магнита магнитной системы весов. Магнитная индукция в зазоре постоянного магнита, где расположена компенсационная катушка, уменьшается, когда ток, поддерживающий нагрузку, возрастает и возрастает измеряемое падение напряжения на опорном (измерительном) сопротивлении. По изменению напряжения на опорном сопротивлении с помощью гирь градуируют отчетное устройство весов в единицах массы. Когда же весы приходят к термодинамическому равновесию, показания весов устанавливаются и на индикаторе появляется знак успокоения весов. Разумно предположить, что чем точнее измерения, тем больше будет проявляться нелинейность. На рис. 1 приведена экспериментальная зависимость дрейфа показаний вакуумного компаратора ССЛ 1007 от времени с заметно выраженной нелинейностью. Шесть циклов взвешивания составили 24 измерения.

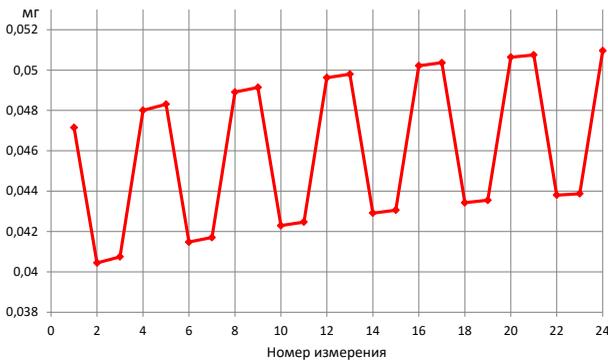


Рис. 1. Показания компаратора за время шести циклов взвешивания *RTTR*

Fig. 1. Comparator readings during six *RTTR* weighing cycles

На рис. 1 для наглядности по оси ординат отложены только числа двух младших разрядов показаний, которые изменяются во время проведения измерений.

Такое поведение компаратора можно аппроксимировать экспоненциальной зависимостью от времени:

$$IR(x) = R + C(1 - e^{-x}), \quad (6)$$

$$IT(x) = T + C(1 - e^{-x}), \quad (7)$$

где  $IR(x)$  и  $IT(x)$  – показания компаратора, когда на чашке расположены эталонная гиря  $R$  и испытуемая гиря  $T$  соответственно;

$R$ ,  $T$  и  $C$  – постоянные величины, характеризующие массу эталонов и скорость изменения показаний;  $x$  – безразмерное время (в долях цикла).

Этому закону подчиняются многие явления в физике, например, заряд конденсатора, э. д. с. в индуктивных цепях и в законе радиоактивного распада.

В соответствии с  $1$  для цикла *RTTR* имеем четыре отсчета, снятые через равные интервалы времени. При этом первое и последнее показания в цикле соответствуют исходной эталонной гире  $R$ , а второе и третье – поверяемой гире  $T$ , устанавливаемых на грузоприемном устройстве компаратора. Введем следующее обозначение независимой переменной

$$\alpha = e^{-0,5n}, n = 1, 2, \dots$$

где  $n$  – произвольное целое число, в дальнейшем положим  $n = 1$ .

Тогда получим следующие выражения для следующих равномерно друг за другом четырех показаний компаратора, аналогично системе уравнений (1–4):

$$I_{r1} = R, \quad (8)$$

$$I_{t1} = T + C \cdot (1 - \alpha), \quad (9)$$

$$I_{r2} = T + C \cdot (1 - \alpha^2), \quad (10)$$

$$I_{t2} = R + C \cdot (1 - \alpha^3). \quad (11)$$

Откуда для искомой разности массы поверяемого и исходного эталонов  $\Delta$ , вычитая из (9) уравнение (8), из (9) уравнение (8), из (9) уравнение (11) и из (10) уравнение (11), получим следующие четыре разностных уравнений:

$$\Delta = I_{t1,r1} - C \cdot (1 - \alpha), \quad (12)$$

$$\Delta = I_{t2,r1} - C \cdot (1 - \alpha^2), \quad (13)$$

$$\Delta = I_{t1,r2} + C \cdot (\alpha - \alpha^3), \quad (14)$$

$$\Delta = I_{t2,r2} + C \cdot (\alpha^2 - \alpha^3). \quad (15)$$

Здесь величина  $I$  с двойным нижним индексом означает разность между величиной  $I$  с первым и величиной с нижним индексом, например  $I_{t1,r1} = I_{t1} - I_{r1}$  и т. д.

Сложив последние четыре уравнения (12) – (15) и поделив их на четыре, получим выражение для искомой разности масс сравниваемых эталонов:

$$\Delta = \frac{1}{2} [I_{(t1,r1)} - I_{(r2,t2)} - C \cdot (1 - \alpha - \alpha^2 + \alpha^3)]. \quad (16)$$

Первые два члена дают формулу (5) для линейного дрейфа, второе слагаемое представляет собой поправку на нелинейность дрейфа.

Нелинейный закон, уравнения (6) и (7) для отсчетов показаний в цикле RTTR дает следующие четыре соотношения для нахождения константы  $A$ :

$$I_{1,t2} = C \cdot (\alpha^2 - \alpha); \tag{17}$$

$$I_{r2,r1} = C \cdot (1 - \alpha^3); \tag{18}$$

$$I_{1,r1} - I_{t2,r2} = C \cdot (1 - \alpha + \alpha^2 - \alpha^3); \tag{19}$$

$$I_{t2,r1} - I_{1,r2} = C \cdot (1 + \alpha - \alpha^2 - \alpha^3). \tag{20}$$

Сложив (17), (18), (19) и (20) и выразив эту сумму относительно постоянной  $C$ , получим следующее выражение:

$$C = \frac{3I_{r2,r1} + I_{1,t2}}{3 - \alpha + \alpha^2 - 3\alpha^3}. \tag{21}$$

Формулы (21) и (16) составляют алгоритм вычисления искомой разности масс сравниваемых эталонов  $\Delta$ .

Разность масс  $\Delta$  находят по уравнению (16). Эту же разность масс  $\Delta$  можно найти по уравнению (5), известному из <sup>1</sup>. Для этого надо аппроксимировать экспоненциальную функцию типа (6) линейной функцией следующего вида:

$$LA(x) = a + bx, \tag{22}$$

где

$$a = \frac{1}{4} \left[ \frac{3}{5} (3I_{r1} + I_{t1} - I_{t2} - 3I_{r2}) + \sum_{r,t} I_{r,t} \right], \tag{23}$$

и

$$b = -\frac{1}{10} (3I_{r1} + I_{t1} - I_{t2} - 3I_{r2}). \tag{24}$$

Пользуясь уравнением (22) с коэффициентами  $a$  и  $b$ , найденными по методу наименьших квадратов, искомую разность находим по уравнению (5).

Для линейного дрейфа показаний при вычислении искомой разности масс по уравнению (16) в нем надо положить  $\alpha = 1$ , тогда член в круглых скобках обращается в ноль и это уравнение совпадает с формулой, приведенной в <sup>1</sup>.

Для оценки величины расхождения линейной модели дрейфа от нелинейной и правильности алгоритма вычисления зададимся параметрами дрейфа, приводящими к очевидному результату. Пусть имеем следующие параметры:  $R = 3$  г,  $T = 1$  г,  $C = -1,907$  г · с<sup>-1</sup>. Из двух кривых типа (6) имеем следующие четыре отсчета:

$$I_{r1} = 3, I_{t1} = 0,250, I_{t2} = -0,206, I_{r2} = 1,518.$$

Результаты расчетов разности массы эталонов приведены в табл. 1.

Из табл. 1 видно, что при нелинейности дрейфа нелинейная модель дает идеальное значение измеряемой разности массы. При этом разность результатов по разным моделям тем больше, чем больше нелинейность дрейфа компаратора.

Нетрудно показать, что для цикла RTR измеряемая разность массы испытуемой и эталонной гири и постоянная  $C$  будут иметь следующий вид:

$$C = \frac{I_{t1,r1} - I_{t1,t2}}{1 - \alpha^2}, \tag{25}$$

$$\Delta = \left[ I_{t1} - (I_{r1} + I_{r2}) - \frac{1}{2} C \cdot (1 - \alpha^2) \right]. \tag{26}$$

Для цикла  $RT_1, T_2, \dots, T_n A$  измеряемая разность массы испытуемой  $k$ -й и эталонной гирей  $A$  и постоянная  $C$  будут иметь следующий вид:

$$C = \frac{I_{tn,r1} - I_{tn,r2}}{1 - \alpha^{n+1}}, \tag{27}$$

Таблица 1. Разность Т по нелинейной и линейной модели дрейфа

Table 1. T-R difference according to nonlinear and linear drift models

Возрастание показания			
$I_{r1} = 3,$	$I_{t1} = 1,750,$	$I_{t2} = 2,205,$	$I_{r2} = 4,481$
Заданное значение	Нелинейная модель		Линейная модель
-2,000	-2,000		-1,763
Убывающие показания			
$I_{r1} = 3,$	$I_{t1} = 0,250,$	$I_{t2} = -0,206,$	$I_{r2} = 1,518$
Заданное значение	Нелинейная модель		Линейная модель
-2,000	-2,000		-2,237

где  $n$  – число поверяемых гирь;

$$\Delta_k = \left[ I_{ik} - (I_{r1} + I_{r2}) - \frac{1}{2} C \cdot (1 - 2\alpha^k + \alpha^{n+1}) \right], \quad (28)$$

где  $k = 1, 2, \dots, n$ .

Можно считать, что формулы (16) и (21), (22) и (23), (24) и (25) составляют нелинейные модели соответствующих циклов.

Для вакуумного компаратора ССЛ 1007 разности массы гирь по нелинейной и линейной моделям различаются от сотых долей до десятков микрограмм, что является значимым по сравнению со стандартным отклонением результата измерений разности массы сравниваемых гирь.

Не всегда экспоненциальная зависимость, для которой характерны быстрые изменения во времени, соответствует реальному дрейфу показаний компаратора. Поэтому рассмотрим нелинейную функцию показаний компаратора в виде более медленной степенной функции от времени  $x$  для цикла  $RTTR$ :

$$I_R(x) = a_0 + a_2x + a_3x^2, \quad (29)$$

$$I_T(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2, \quad (30)$$

где  $a_0, a_1, a_2, a_3$ , – коэффициенты полиномов (29) и (30).

Отсчеты в этом цикле можно записать в следующем виде:

$$a_0 = I_{r1} \quad \text{при } x = 0, \quad (31)$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = I_{t1} \quad \text{при } x = 1, \quad (32)$$

$$a_1 + 2a_2 + 4a_3 = I_{t2} \quad \text{при } x = 2, \quad (33)$$

$$a_0 + 3a_2 + 9a_3 = I_{r2} \quad \text{при } x = 3. \quad (34)$$

Искомая разность массы ( $\Delta = a_1 - a_0$ ) при этом будет

$$\Delta = I_{t1,r1} - a_2 - a_3, \quad (35)$$

$$\Delta = I_{t2,r1} - 2a_2 - 4a_3, \quad (36)$$

$$\Delta = I_{t2,r2} + a_2 + 5a_3, \quad (37)$$

$$\Delta = I_{t1,r2} + 2a_2 + 8a_3. \quad (38)$$

Почленно сложив равенства с (35)-го по (38)-й, получим выражение для искомой  $\Delta$ :

$$\Delta = \frac{1}{2} (I_{t1} - I_{r1} + I_{t2} - I_{r2}) + 2a_3. \quad (39)$$

Первое слагаемое со множителем  $\frac{1}{2}$  совпадает с  $\Delta$  для линейного дрейфа, а нелинейность выражена удвоенным коэффициентом при  $x^2$ .

Коэффициенты системы уравнений (31) – (34) будем искать исходя из принципа наименьших квадратов остаточных погрешностей. Их сумму можно записать в виде

$$S = (a_0 - I_{r1})^2 + (a_1 + a_2 + a_3 - I_{t1})^2 + (a_1 + 2a_2 + 4a_3 - I_{t2})^2 + (a_0 + 3a_2 + 9a_3 - I_{r2})^2. \quad (40)$$

Из условия минимума суммы квадратов получим следующую систему четырех нормальных уравнений с четырьмя неизвестными:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 2a_0 + 3a_2 + 9a_3 - c0 = 0; \quad (41)$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 2a_1 + 3a_2 + 5a_3 - c1 = 0; \quad (42)$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_2} = 3a_0 + 3a_1 + 12a_2 + 36a_3 - c2 = 0; \quad (43)$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_3} = 9a_0 + 5a_1 + 36a_2 + 98a_3 - c3 = 0, \quad (44)$$

где  $c0 = I_{r1} + I_{r2}$ ,  $c1 = I_{t1} + I_{t2}$ ,  $c2 = I_{t1} + 2I_{t2} + 3I_{r2}$ ,  $c3 = I_{t1} + 4I_{t2} + 9I_{r2}$ .

В матричном виде ее решение можно записать как

$$A = D^{-1}C^T, \quad (46)$$

где  $A$  – вектор решения (коэффициенты системы уравнений (31) – (34));

$D$  – матрица коэффициентов системы нормальных уравнений (41) – (44);

$C$  – вектор свободных членов, равный

$$C = \begin{pmatrix} c0 \\ c1 \\ c2 \\ c3 \end{pmatrix}.$$

Пример: Проверка рабочих эталонов номинальной массой 1 кг, изготовленных из немагнитной нержавеющей стали.

В табл. 2 представлены отсчеты показаний по шести циклам.

Тогда имеем исходя из данных табл. 2:

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 9 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 12 & 36 \\ 9 & 5 & 36 & 98 \end{pmatrix}, C_i = \begin{pmatrix} I_{A1i} + I_{A2i} \\ I_{B1i} + I_{B2i} \\ I_{B1i} + 2I_{B2i} + 3I_{A2i} \\ I_{B1i} + 4I_{B2i} + 9I_{A2i} \end{pmatrix}$$

Таблица 2. Исходные данные, полученные на вакуумном компараторе CCL 1007  
 Table 2. Source data obtained using the CCL 1007 vacuum comparator

<i>R</i>	<i>T</i>	<i>T</i>	<i>R</i>
<i>I<sub>A1</sub></i>	<i>I<sub>B1</sub></i>	<i>I<sub>B2</sub></i>	<i>I<sub>A2</sub></i>
г			
0,12802700	0,12910783	0,12910844	0,12802813
0,12802911	0,12910951	0,12910990	0,12802972
0,12803048	0,12911108	0,12911112	0,12803082
0,12803143	0,12911164	0,12911200	0,12803153
0,12803212	0,12911227	0,12911246	0,12803203
0,12803209	0,12911232	0,12911237	0,12803179

и решение по (46):

$$A = \begin{pmatrix} 0,12802697 & 0,128029080 & 0,12803049 & 0,12803138 & 0,12803209 & 0,12803207 \\ 0,1291078 & 0,12910952 & 0,12911101 & 0,12911176 & 0,12911237 & 0,12911242 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,00000013 & 0,00000007 & 0,00000004 & 0,00000002 & 0 & -0,00000003 \end{pmatrix}.$$

Это искомые коэффициенты полиномов (29) и (30).

Решение по (39) для искомых разностей масс для каждой строки табл. 2 имеет следующий вид:

$$\Delta = \begin{pmatrix} 0.00108084 \\ 0.00108044 \\ 0.00108052 \\ 0.00108038 \\ 0.00108028 \\ 0.00108035 \end{pmatrix}.$$

Обращение матрицы *D* проведено с помощью компьютерной программы **MathCad**.

В табл. 3 представлены искомые разности массы Δ для линейного, экспоненциального и полиномиально-го (степени 2) дрейфа.

Чтобы выбрать, какой модели соответствует дрейф показаний компаратора, необходимо найти формулу тренда при аппроксимации по не менее 10 отсчетам, взятым из протоколов измерений, например, приведенных в табл. 2. По 10 отсчетам в компьютерной программе Excel 2010 построен график зависимости показаний от времени и рассчитаны коэффициенты степенной функции 2-й степени (рис. 2).

Таблица 3. Результаты определения разности масс (г) для различных видов дрейфа  
 Table 3. Results of determining the mass difference (g) for various types of drift

Линейный	Экспоненциальный	Полиномиальный
0,00108057	0,00108017	0,00108084
0,00108029	0,00108006	0,00108044
0,00108045	0,00108036	0,00108052
0,00108034	0,00108023	0,00108038
0,00108029	0,00108027	0,00108028
0,00108041	0,00108046	0,00108035

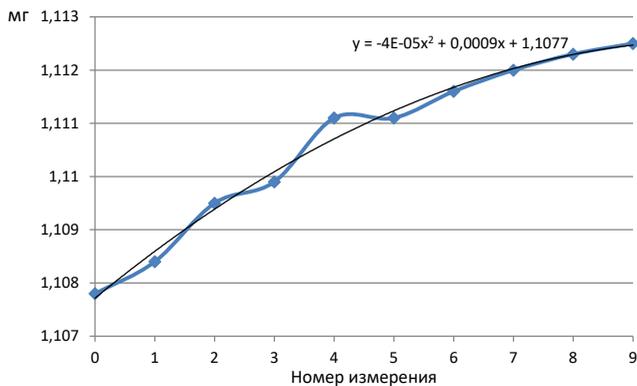


Рис. 2. Зависимость дрейфа от времени

Fig. 2. Dependence of drift on time

Из табл. 3 и рис. 2 видно, что линия тренда наиболее подходит полиномиальной модели.

### Выводы

Формулы (15), (22), (24) и (39), (46), представляющие собой обобщение формул для разности сравниваемых масс, рекомендованных в ГОСТ OIML R111-1-2009 ГСИ, выведены для случаев нелинейного дрейфа показаний компаратора в экспоненциальном и полиномиальном виде и могут применяться при поверке высокоточных гирь. Эти формулы верны и для линейной, и для нелинейной модели дрейфа. В частном случае, когда  $\alpha = 1$  для экспоненциальной модели и  $a_3 = 0$  для полиномиальной модели, — тождественны линейной модели.

Нелинейные модели позволяют оценить неопределенность измерений, обусловленную нарушением предположения о линейности дрейфа, например, установить, насколько значимы или незначимы отклонения от линейности дрейфа показаний компаратора.

Предложенные нелинейные модели поведения компаратора тем эффективнее, чем сильнее выражена эта нелинейность и чем больше требуется точность

измерений. Они могут применяться при высокоточных сравнениях массы эталонных гирь.

Учитывая тот факт, что в России начаты работы по разработке аппаратуры для воспроизведения единицы массы через постоянную Планка [10] и что измерения при этом занимают значительное время, нелинейные модели дрейфа показаний компаратора могут найти свое применение при сравнении веса пробного тела с электромагнитной силой, уравнивающей это тело.

**Вклад авторов:** Все авторы внесли равный вклад в работу.

**Author contributions:** All authors have contributed equally to the work.

**Конфликт интересов:** Авторы подтверждают отсутствие потенциального конфликта интересов в связи с исследованием, представленным в данной статье.

**Conflict of interests:** The author declares no conflict of interest.

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках текущих работ по содержанию и применению Государственного первичного эталона единицы массы – килограмма (ГЭТ – 3–2020).

Все измерения проводились с использованием оборудования научно-исследовательской лаборатории государственных эталонов в области измерений массы и силы ФГУП «ВНИИМ им. Д. И. Менделеева».

**Funding:** The work was carried out within the framework of ongoing work on the maintenance and application of the State Primary Standard of the mass unit – kilogram (GET – 3–2020).

All measurements were performed using the equipment of the research laboratory of state standards in the field of mass and force measurements of the D. I. Mendeleev Institute for Metrology (VNIIM).

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Менделеев Д. И. Сочинения / под ред. акад. В. Г. Хлопина и др. Л.; М. : Изд-во акад. наук СССР, 1950. 865 с.
2. Рудо Н. М. Лабораторные весы и точное взвешивание. М. : Стандартгиз, 1963. 152 с.
3. Смирнова Н. А. Эталоны единицы массы и точное взвешивание. М. : ВНИИКИ, 1980. 61 с.
4. Calibration campaign against the international prototype of the kilogram in anticipation of the redefinition of the kilogram. Part I: Comparison of the international prototype with its official copies / M. Stock [et al.] // Metrologia. 2015. Vol. 52. P. 310–316. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/52/2/310>
5. Викторов И. В., Каменских Ю. И., Снегов В. С. Сличения эталонов-копий с Государственным первичным эталоном единицы массы в 2014–2015 гг. // Измерительная техника. 2016. № 10. С. 68–72.
6. Снегов В. С., Каменских Ю. И., Сафонов А. В. О циклах взвешивания массы на компараторах // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2018. № 7. С. 9–12. <https://doi.org/10.30713/0132-2222-2>
7. Снегов В. С. Государственный первичный эталон единицы массы ГЭТ 3–2008 // Мир измерений. 2010. № 9. С. 42–47.
8. Каменских Ю. И., Снегов В. С. Эталоны-копии единицы массы: калибровка 2020 года с применением вакуумного компаратора CCL 1007 // Эталоны. Стандартные образцы. 2021. Т. 17, № 2. С. 59–71. <https://doi.org/10.20915/2077-1177-2021-17-2-59-71>

9. Снегов В. С., Каменских Ю. И., Викторов И. В. Сличения эталонов-копий с государственным первичным эталоном единицы массы в 2014–2015 гг // Измерительная техника. 2016. № 10. С. 68–72.
10. Медведевских С. В., Чекирда К. В. Исследование макета ватт-весов с верхним пределом измерений 10 грамм // Измерительная техника. 2022. № 2. С. 28–33. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-2-28-33>

## REFERENCES

1. Mendeleev D. I. Works. Leningrad, Moscow: Izdatel'stvo akademii nauk SSSR; 1950. 865 p. (In Russ.).
2. Rudo N. M. Laboratory scales and precise weighing. Moscow: Standardgiz; 1963. 152 p. (In Russ.).
3. Smirnova N. A. Standards of unit of mass and accurate weighing. Moscow: VNIKI; 1980. 61 p. (In Russ.).
4. Stock M., Barat P., Davis R. S., Picard A., Milto M. J. T. Calibration campaign against the international prototype of the kilogram in anticipation of the redefinition of the kilogram. Part I: Comparison of the international prototype with its official copies. *Metrologia*. 2015;52:310–316. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/52/2/310>
5. Viktorov I. V., Kamenskikh Y. I., Snegov V. S. Comparison of duplicate standards with the national primary standard for the unit of mass in 2014–2015. *Measurement techniques*. 2017;59:1125–1131. (In Russ.). <https://doi.org/10.1007/s11018-017-1103-9>
6. Snegov V. S., Kamenskikh Yu. I., Safonov A. V. The cycles of weighing on mass comparators. *Automation, telemechanization and communication in oil industry*. 2018;(7):9–12. (In Russ.). <https://doi.org/10.30713/0132-2222-2018-7-9-12>
7. Snegov V. S. The state primary standard of the unit of mass GET 3–2008. *Mir izmerenij*. 2010;9:42–47. (In Russ.).
8. Kamenskikh Yu. I., Snegov V. S. Reference standards-copies of mass unit: calibration 2020 using vacuum comparator CCL 1007. *Measurement Standards. Reference Materials*. 2021;17(2):59–71. (In Russ.). <https://doi.org/10.20915/2077-1177-2021-17-2-59-71>
9. Snegov V. S., Kamenskikh Yu. I., Viktorov I. V. Comparisons of the standard copies with the state primary standard of the unit of mass in 2014–2015. *Izmeritel'naya tekhnika*. 2016;(10):68–72. (In Russ.).
10. Medvedevskikh S. V., Chekirda K. V. Research on a watt-weights layout with an upper measurement limit of 10 grams. *Izmeritel'naya Tekhnika*. 2022;(2):28–33. (In Russ.). <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-2-28-33>

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

ГОСТ OIML R111-1-2009 ГСИ. Гири классов E1, E2, F1, F2, M1, M1–2, M2, M2–3 и M3. Часть 1. Метрологические и технические требования = State system for ensuring the uniformity of measurements. Weights of classes E1, E2, F1, F2, M1, M1–2, M2, M2–3 and M3. Part 1. Metrological and technical requirements. М.: Стандартинформ, 2012.

ГЭТ 3–2020 Государственный первичный эталон единицы массы – килограмма / Институт-хранитель ФГУП «ВНИИМ им. Д. И. Менделеева» // Федеральный информационный фонд по обеспечению единства измерений : официальный сайт. URL: <https://fgis.gost.ru/fundmetrology/registry/12/items/1385582> (дата обращения: 06.03.2024).

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

**Каменских Юрий Игоревич** – руководитель сектора государственных эталонов в области измерений массы ФГУП «ВНИИМ им. Д. И. Менделеева»  
190005, Россия, г. Санкт-Петербург, Московский пр., 19  
e-mail: Y. I. Kamenskikh@vniim.ru

**Снегов Виктор Савельевич** – канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник сектора государственных эталонов в области измерений массы ФГУП «ВНИИМ им. Д. И. Менделеева»  
190005, Россия, г. Санкт-Петербург, Московский пр., 19  
e-mail: V. S. Snegov@vniim.ru

## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Yurii I. Kamenskikh** – Head of the sector of state standards in the field of mass measurements, D. I. Mendeleev Institute for Metrology  
19 Moskovsky ave., St. Petersburg, 190005, Russia  
e-mail: Y. I. Kamenskikh@vniim.ru

**Viktor S. Snegov** – Cand. Sci. (Eng.), Leading Researcher of the sector of state standards in the field of mass measurements  
19 Moskovsky ave., St. Petersburg, 190005, Russia  
e-mail: V. S. Snegov@vniim.ru