

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ВЕЩЕСТВ И МАТЕРИАЛОВ

Научная статья

УДК 621.317.089.68

<https://doi.org/10.20915/2077-1177-2024-20-1-93-103>



Исследование точностных характеристик математической модели прогнозирования изменения погрешности рабочего эталона

А. Н. Новиков¹, С. В. Пузанков¹ ✉, М. В. Окрепилов²

¹ Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург, Россия

✉ vka@mil.ru

² ФГУП «ВНИИМ им. Д. И. Менделеева», г. Санкт-Петербург, Россия

Аннотация: Точность метода прогнозирования и ее априорная оценка при прогнозировании изменения погрешности рабочего эталона являются одними из ключевых вопросов. В ходе исследования этих вопросов была дана оценка целого ряда составляющих погрешности прогнозирования, а также проведено сопоставление различных методов и математических моделей прогнозирования. Сравнительный анализ показал, что исследуемая математическая модель индивидуального прогнозирования изменения погрешности рабочего эталона, сформулированная в статье «Математическая модель прогнозирования изменения значения критической составляющей погрешности рабочего эталона единицы величины с учетом априорной информации», обладает более высокой точностью по сравнению с рассмотренными известными методами прогнозирования. Полученные с применением обозначенной выше модели оценки параметров прогнозирующей функции при использовании предложенных в работе «Определение параметров метрологического обслуживания средств измерений по технико-экономическому критерию» выражений перехода к прогнозированию вероятности метрологической исправности рабочего эталона, удельных затрат на метрологическое обслуживание и ущерба от применения рабочего эталона в состоянии метрологического отказа позволяют существенно повысить обоснованность решений по уточнению первично установленного (в рамках ИЦУТ) значения интервала между аттестациями рабочего эталона.

Ключевые слова: интервал между аттестациями рабочего эталона, погрешность метода прогнозирования, погрешность исходных данных, погрешность принятой модели, оценки параметров прогнозирующей функции, оценка «рассеивания» прогноза

Принятые сокращения: РЭ – рабочий эталон; МНК – метод наименьших квадратов.

Ссылка при цитировании: Новиков А. Н., Пузанков С. В., Окрепилов М. В. Исследование точностных характеристик математической модели прогнозирования изменения погрешности рабочего эталона // Эталоны. Стандартные образцы. 2024. Т. 20, № 1. С. 93–103. <https://doi.org/10.20915/2077-1177-2024-20-1-93-103>.

Статья поступила в редакцию 27.11.2023; одобрена после рецензирования 29.01.2024; принята к публикации 25.03.2024.

MODERN METHODS OF ANALYSIS OF SUBSTANCES AND MATERIALS

Research Article

Study of the Accuracy Characteristics of the Mathematical Model for Predicting Changes in the Error of the Working Measurement Standard

Aleksandr N. Novikov¹, Sergey V. Puzankov¹ ✉, Mikhail V. Okrepilov²

¹A. F. Mozhaysky Military-Space Academy, Saint Petersburg, Russia
✉ vka@mil.ru

²D. I. Mendeleyev Institute for Metrology, Saint Petersburg, Russia

Abstract: The accuracy of the forecasting method and its prior estimation when predicting changes in the error of the working measurement standard are one of the key issues. In the course of studying these issues, a number of components of the forecasting error were assessed, and various methods and mathematical models of forecasting were compared. A comparative analysis showed that the studied mathematical model for individual forecasting of changes in the error of a working standard available at «Mathematical model for predicting changes in the value of the critical component of the error of the working measurement standard of the unit of magnitude taking into account prior information» has higher accuracy in comparison with the considered known forecasting methods. The estimates of the parameters of the forecasting function obtained with the application of the model under consideration available at «Determination of parameters for metrological maintenance of measuring instruments by the technical and economic criterion», using the expressions of the transition to forecasting the probability of metrological serviceability of the working measurement standard, specific costs for metrological maintenance, and damage from the use of the working measurement standard in the state of metrological failure, allow to substantially increase the validity of decisions to refine the value of the interval between the certification of the working standard, which is initially established (within the framework of the ITCM).

Keywords: interval between certifications of the working standard, error of the forecasting method, error of the initial data, error of the adopted model, estimates of the forecasting function parameters, forecast «dispersion» estimation

Abbreviations used: WMS – working measurement standard; LSM – least-square method.

For citation: Novikov A. N., Puzankov S. V., Okrepilov M. V. Study of the accuracy characteristics of the mathematical model for predicting changes in the error of the working measurement standard. *Measurement Standards. Reference Materials*. 2024;20(1):93–103. (In Russ.). <https://doi.org/10.20915/207711772024201-93-103>.

The article was submitted 27.11.2023; approved after reviewing 29.01.2024; accepted for publication 25.03.2024.

Введение

В ходе эксплуатации техническое состояние рабочего эталона (далее – РЭ) перманентно изменяется. Это объясняется постоянным воздействием на РЭ различных внешних и внутренних факторов. В частности, значительно ускоряют процессы изменения (дрейфа) метрологических характеристик РЭ температурные, механические и влажностные факторы – основные факторы внешней среды, которые влияют на РЭ при их эксплуатации, например, в составе рабочих мест по поверке

средств измерений, размещенных на базе мобильных многофункциональных метрологических комплексов. Следует учитывать, что рассмотренные факторы воздействуют на РЭ в комплексе, что приводит к еще более быстрому темпу изменения технического состояния эталонов.

Таким образом, математическую модель изменения значения погрешности РЭ в зависимости от влияния на него различных факторов внешней среды можно представить в виде

$$Y(t) = S(x_1, x_2, \dots, x_n; t), \quad (1)$$

где x_1 – j -й фактор внешней среды;
 t – время.

Для построения модели в виде (1) необходимо организовать ряд широкомасштабных, длительных и дорогостоящих экспериментов, которые позволят выявить зависимость изменения значения погрешности РЭ от каждого фактора в отдельности и определить их взаимосвязь друг с другом. Однако организация таких экспериментов в современных условиях вряд ли возможна.

В связи с этим в работе [1] было предложено процесс изменения значения погрешности РЭ описывать с помощью математической модели, отражающей изменение значения критической составляющей погрешности РЭ. Указанная составляющая погрешности РЭ оказывает наибольшее влияние на амплитуду и скорость изменения основной погрешности РЭ, построение которой осуществляется на основе реальных данных, получаемых в процессе эксплуатации РЭ. При этом воздействие факторов на погрешность оценивается опосредованно, а их случайный характер и взаимовлияние учитывается при моделировании изменения погрешности во времени. Тогда процесс изменения значения погрешности во времени можно представить в виде нестационарного случайного процесса, выраженного суммой двух независимых компонентов – необратимого $w(t)$ и обратимого $\hat{u}(t)$:

$$\hat{Y}(t) = w(t) + \hat{u}(t). \quad (2)$$

Исследования показывают, что оба этих компонента относятся и представляют один и тот же процесс, но причисляются к разному частотному спектру [2].

Первый компонент обусловлен протеканием необратимых физических процессов старения и износа внутри РЭ. Эти процессы протекают довольно медленно и имеют гладкий характер. Поэтому этот компонент достаточно точно может быть описан детерминированной функцией.

Второй компонент обусловлен воздействием на РЭ большого числа случайных факторов, носящих как внутренний, так и внешний характер. По своим свойствам обратимый компонент можно представить в виде случайной функции с довольно широким спектром. Исследования показывают, что данный компонент является стационарным случайным процессом, с нулевым математическим ожиданием, постоянной дисперсией и периодом корреляции меньшим интервала наблюдения.

Таким образом, процесс изменения критической составляющей погрешности РЭ $\hat{Y}(t)$ можно достаточно

точно представить с помощью детерминированного компонента $w(t)$, который описывается функцией времени, а случайный компонент $\hat{u}(t)$ может быть представлен в виде случайной вариации параметров этой функции:

$$\hat{y} = S(\hat{\vartheta}_k t), \quad (3)$$

где $\hat{\vartheta}_k$ – случайные значения параметров прогнозирующей функции.

На основании вышеизложенного, а также с учетом результатов исследований [3, 4], в работе [1] в качестве математической модели изменения значения погрешности РЭ было предложено использовать экспоненциальную функцию вида

$$\hat{y}(t_i) = \Delta_0 + \hat{\vartheta}_1 \left[\exp(-\hat{\vartheta}_2 t_i) - 1 \right], \quad (4)$$

где Δ_0 – начальное значение погрешности РЭ;

$\hat{\vartheta}_1, \hat{\vartheta}_2$ – случайные значения параметров прогнозирующей функции;

$\hat{y}(t_i)$ – прогнозируемое значение погрешности РЭ.

При этом, значение $|\hat{\vartheta}_1|$ показывает, к какой величине будет стремиться погрешность СИ при $t \rightarrow \infty$, т. е. это «амплитуда» изменения погрешности, а величина параметра $\hat{\vartheta}_2$ характеризует скорость протекания процесса.

Описанию процесса нахождения оценок параметров прогнозирующей функции с помощью метода максимального правдоподобия с учетом априорной и апостериорной информации и была посвящена работа [1].

Соответственно, оценка математического ожидания будущего значения погрешности РЭ $\tilde{y}(t_{\text{буд}})$ производится на основе выражения (4) и оценок математического ожидания параметров $\hat{\vartheta}_1$ и $\hat{\vartheta}_2$.

Предложенное в работе [1] решение, в отличие от известных [5–9], позволяет учитывать (а) индивидуальный характер изменения критической составляющей погрешности конкретного рабочего эталона в конкретных условиях эксплуатации; (б) наличие априорной информации об измерении аналогичных параметров у однотипных рабочих эталонов. Данная модель позволяет получить оценку значения величины погрешности эталона в будущие моменты времени. Однако вопросам точности принятой модели, которые являются одними из основных при прогнозировании, а также влиянию на точность прогнозирования различных параметров модели не было уделено достаточно внимания. В данной статье предлагается рассмотреть эти вопросы более подробно.

Методы и модели

Абсолютно точный прогноз получить невозможно. Насколько прогнозируемая величина близка к реальной,

можно оценить лишь приблизительно. Численно точность прогнозирования оценивается обратной величиной – погрешностью прогнозирования. В общем случае величина погрешности оценки прогнозируемого значения включает три составляющие [10]:

- погрешность метода прогнозирования (методическая погрешность);
- погрешность исходных данных;
- погрешность принятой модели.

Рассмотрим подробнее каждую из составляющих погрешности оценки прогнозируемого значения величины погрешности рабочего эталона.

Погрешность метода прогнозирования (методическая погрешность). Под погрешностью метода прогнозирования понимается погрешность восстановленных значений $y(t_{\text{буд}})$ при условии, что прогноз строится на абсолютно точных результатах измерений. Оценивается методическая погрешность в соответствии с выражением

$$\delta_1 y = \frac{\tilde{y}(t_{\text{буд}}) - y(t_{\text{буд}})}{y(t_{\text{буд}})}, \quad (5)$$

где $\tilde{y}(t_{\text{буд}})$ – спрогнозированное значение математического ожидания погрешности РЭ [1], определяемое из выражения $\tilde{y}(t_{\text{буд}}) = \Delta_0 + \tilde{\vartheta}_1^* [\exp(-\tilde{\vartheta}_2^* t_{\text{буд}}) - 1]$; $y(t_{\text{буд}}) = \Delta_0 + \vartheta_1 [\exp(-\vartheta_2 t_i) - 1]$ – точное значение контролируемого параметра рассматриваемой реализации процесса;

ϑ_k – реальные значения коэффициентов прогнозирующей функции рассматриваемой реализации:

$$\vartheta_k = \bar{\vartheta}_k + \eta_k^* \sigma_k, \quad (6)$$

где η_k^* – значение случайной величины, имеющей нормальный закон распределения с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией;

$\bar{\vartheta}_k$ – математическое ожидание параметров функции всех реализаций в среднем.

Соответственно

$$\delta_1 y = \frac{\tilde{\vartheta}_1 \exp(\tilde{\vartheta}_2 t_i) - \vartheta_1 \exp(\vartheta_2 t_i) - (\tilde{\vartheta}_1 - \vartheta_1)}{\Delta_0 + \vartheta_1 [\exp(-\vartheta_2 t_i) - 1]}. \quad (7)$$

Так как расчет оценок параметров $\tilde{\vartheta}_1$ и $\tilde{\vartheta}_2$ прогнозирующей функции [1] осуществляется численными методами из выражения

$$\begin{cases} -\frac{\sum_{i=1}^n [(y_i - \Delta_0 - \vartheta_1 (\exp(-\vartheta_2 t_i) - 1)) (\exp(-\vartheta_2 t_i) - 1)]}{\sigma_n^2} - \frac{1}{1-r} \left(\frac{\vartheta_1 - \bar{\vartheta}_1}{\sigma_1^2} + \frac{r(\vartheta_2 - \bar{\vartheta}_2)}{\sigma_1 \sigma_2} \right) = 0, \\ -\frac{\sum_{i=1}^n [(y_i - \Delta_0 - \vartheta_1 (\exp(-\vartheta_2 t_i) - 1)) (\vartheta_1 t_i \exp(-\vartheta_2 t_i))] }{\sigma_n^2} - \frac{1}{1-r} \left(\frac{\vartheta_2 - \bar{\vartheta}_2}{\sigma_2^2} + \frac{r(\vartheta_1 - \bar{\vartheta}_1)}{\sigma_1 \sigma_2} \right) = 0, \end{cases}$$

то оценка методической погрешности прогноза $\delta_1 y$ также вычисляется с помощью численных методов.

Оценка методической погрешности была получена с помощью метода имитационного (численного) моделирования (метод Монте-Карло), предусматривающего использование в качестве априорных и апостериорных данных совокупность значений, сгенерированных специальной программой по следующему алгоритму:

– для формирования совокупности задаются значения математических ожиданий $\bar{\vartheta}_2$, $\bar{\vartheta}_1$ и СКО σ_1 , σ_2 прогнозируемых параметров функции;

– генерируются две нормально распределенные (с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией) совокупности значений $\{\eta_1^*\}$ и $\{\eta_2^*\}$;

– из этих нормальных совокупностей случайным образом выбираются S пар значений $\{\eta_1^{S*}, \eta_2^{S*}\}$ случайных величин $\hat{\eta}_1, \hat{\eta}_2$;

– на основе выбранных пар значений $\{\eta_1^{S*}, \eta_2^{S*}\}$ и выражения (6) формируются пары значений $\{\vartheta_1^{S*}, \vartheta_2^{S*}\}$;

– для каждой пары $\{\vartheta_1^{S*}, \vartheta_2^{S*}\}$ из выражения (7) формируется массив из L значений $\{y_i^{S*}\}$.

Фактически при реализации описанного алгоритма получаются данные без погрешности измерения и без погрешности модели, так как при их получении не используются средства измерений и полученные реализации точно описываются выражением (4).

Результаты

При реализации описанного алгоритма было получено $S = 100$ пар значений $\{\vartheta_1^{S*}, \vartheta_2^{S*}\}$ с математическим ожиданием $\bar{\vartheta}_1 = -5$, $\bar{\vartheta}_2 = 0,2$ и СКО $\sigma_1 = 0,5$, $\sigma_2 = 0,05$, а также реализаций значений $\{y_i^{S*}\}$, $i = 0 \div 25$ ($L = 26$), что не противоречит рекомендациям ГОСТ 34100.3.1–2017¹ при условии подтверждения

¹ ГОСТ 34100.3.1–2017/ISO/IEC Guide 98–3/Suppl 1:2008 Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения. Дополнение 1. Трансформирование распределений с использованием метода Монте-Карло = Uncertainty of measurement. Part 3. Guide

гипотезы о нормальности распределения вероятности параметров $\hat{\vartheta}_1$ и $\hat{\vartheta}_2$, что было сделано в работе [1] и подтверждается практическими данными, полученными по результатам обработки информации об изменении погрешности у РЭ, например, частотомера универсального ЧЗ–86 из состава различных подвижных лабораторий измерительной техники. Из полученных ста реализаций изменения параметра $y^s(t)$ было получено сто оценок параметра $\tilde{y}^s(t_{\text{бюд}})$ для $t_{\text{бюд}} = 25$. На основе полученных оценок была построена гистограмма распределения случайной величины $\delta_1 y$ (рис. 1). Математическое ожидание и дисперсия методической погрешности оценивались с помощью следующих выражений:

$$M * [\delta_1 y] = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S \delta_1 y_i, \quad (8)$$

$$D * [\delta_1 y] = \frac{1}{(S-1)} \sum_{i=1}^S (\delta_1 y_i - M * [\delta_1 y])^2, \quad (9)$$

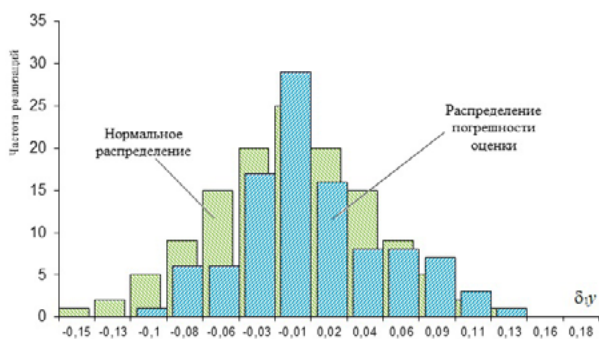


Рис. 1. Гистограммы распределения погрешности прогнозирования для РЭ ЧЗ–86 и нормального распределения

Fig. 1. Histograms of the distribution of forecasting error for WMS ЧЗ–86 and normal distribution

Построенная гистограмма показала, что методическая погрешность метода может быть описана нормальным законом распределения с параметрами $M * [\delta_1 y]$ и $D * [\delta_1 y]$, вычисляемыми в соответствии с выражениями (8) и (9).

Полученные значения $M * [\delta_1 y] = 0,007572$, $D * [\delta_1 y] = 0,00293$.

to the expression of uncertainty in measurement. Supplement 1. Propagation of distributions using a Monte-Carlo method : межгосударственный стандарт : внесен Федеральным агентством по техническому регулированию и метрологии : принят Межгосударственным советом по стандартизации, метрологии и сертификации (протокол от 14 июля 2017 г. N101-П) : издание официальное : дата введения 2018.09.01 / разработан Рабочей группой WG 1 Объединенного комитета по руководствам в метрологии JCGM. Москва : Стандартиформ, 2018. 77 с. Текст : непосредственный.

Погрешность исходных данных. Однако сама по себе абсолютная величина методической погрешности в конкретный момент времени не дает полного представления о точности прогноза.

Для анализа точности прогноза, получаемого с помощью разработанной в [1] модели, исследовалось влияние количества исходной информации на точность прогноза. При этом рассматривались две зависимости: 1) зависимость погрешности получаемых оценок $\hat{\vartheta}_1$ и $\hat{\vartheta}_2$ от количества исходных данных; 2) зависимость погрешности получаемого прогноза от количества исходных данных.

В целях изучения указанных зависимостей обрабатывались те же 100 смоделированных реализаций процесса. При расчетах поочередно каждая из ста реализаций выступала в качестве апостериорной информации, а 99 остальных считались априорной информацией. Искомая зависимость погрешности прогноза от числа данных получалась при изменении количества апостериорных данных от 1 до 25. Полученная усредненная по всем ста реализациям зависимость погрешности прогнозирования (для приведения к одному масштабу рассматривалась относительная погрешность прогнозирования) параметров $\hat{\vartheta}_1$ и $\hat{\vartheta}_2$ от числа исходных данных представлена в табл. 1 и на рис. 2.

Из приведенной зависимости видно, что уточнение оценок математического ожидания параметров $\hat{\vartheta}_1$ и $\hat{\vartheta}_2$ идет практически одинаково, хотя точность прогнозирования оценки математического ожидания параметра чуть $\hat{\vartheta}_1$ выше. Обе погрешности δ_{ϑ_1} и δ_{ϑ_2} после получения первых данных резко уменьшаются и уже при $n = 5$ практически равны 0.

Конкретные количественные оценки погрешности при оценивании математического ожидания параметров $\hat{\vartheta}_1$ и $\hat{\vartheta}_2$ будут зависеть от количества и точности априорных данных, а также от точности апостериорных данных.

В ходе исследования вопросов точности производилось сравнение относительной погрешности оценок $\tilde{y}(t_{\text{бюд}})$ (рис. 3 и табл. 2), получаемых с помощью разработанной в [1] модели (I), и с помощью метода наименьших квадратов (далее – МНК) (II). При этом рассматривалась зависимость получаемых оценок от количества апостериорных данных. Количество реализаций было взято равным 100.

Сравнение точности прогноза, получаемого с помощью разработанной в [1] модели и МНК, показало, что точность оценивания прогнозируемого параметра с использованием МНК постоянно увеличивается, но достигает приемлемого уровня только при $n \approx 4$.

Таблица 1. Относительная погрешность прогнозирования параметров $\tilde{\vartheta}_1$ и $\tilde{\vartheta}_2$ от числа исходных данных
Table 1. Relative error in forecasting parameters ϑ_1 and ϑ_2 from the number of initial data

n	1	2	3	4	5	6
$\delta_{\vartheta_1}, (\%)$	17,78	6,90	2,38	0,71	0,01	0,01
$\delta_{\vartheta_2}, (\%)$	21,70	8,60	3,20	1,26	0,02	0,01

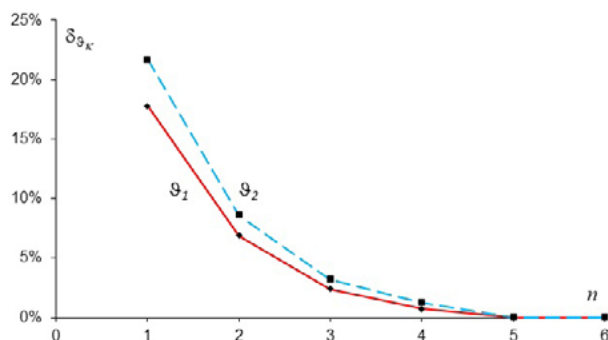


Рис. 2. Относительная погрешность оценки параметров прогнозирующей функции для смоделированных данных

Fig. 2. Relative error in estimating the parameters of the predictive function for simulated data

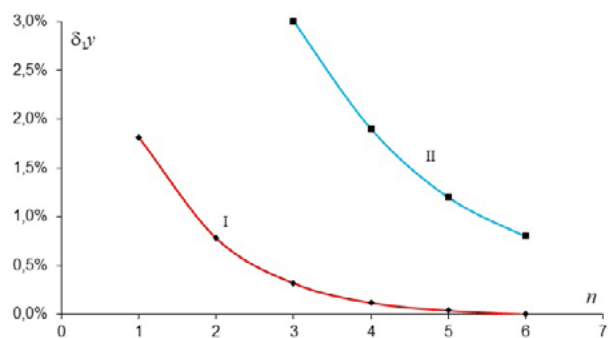


Рис. 3. Сравнение методической погрешности разработанного метода (I) и МНК (II)

Fig. 3. Comparison of the procedure error of the developed method (I) and least-squares method (II)

Разработанная в [1] модель индивидуального прогнозирования уже с первого измерения имеет достаточную точность. Это объясняется возможностью использования априорной информации, что позволяет получать более точные оценки. Необходимо отметить, что величина погрешности оценки $\tilde{y}(t_{\text{бод}})$ при использовании

МНК с увеличением n достигает величины погрешности рассматриваемого метода. Это объясняется тем, что (а) с увеличением n вклад априорной информации в получаемую оценку ослабевает; (б) рассматриваемый метод практически вырождается в МНК.

Погрешность измерения. Рассмотрим следующую составляющую суммарной погрешности – погрешность измерения, возникающую при получении исходных данных и характеризующую точность исходных данных. Процесс получения исходных данных, как правило, связан с измерениями какого-то параметра с помощью средства измерений, которое обладает собственной погрешностью. В случае контроля за погрешностью исследуемого РЭ речь идет о погрешности эталона, с помощью которого проверяется исследуемый РЭ. Соответственно получаемые значения погрешности РЭ $\{y_i\}$ неточны. Вследствие этого прогнозируемая оценка $\tilde{y}(t_{\text{бод}})$ будет также обладать погрешностью, вызванной как неточностью метода, так и неточностью исходных данных:

$$\delta_2 y = \frac{\tilde{y}(t_{\text{бод}}) - y^*(t_{\text{бод}})}{y^*(t_{\text{бод}})}, \quad (10)$$

где $y^*(t_{\text{бод}}) = y(t_{\text{бод}}) + \eta_n^* \sigma_n$ – измеренное значение параметра в момент времени $t_{\text{бод}}$;

η_n^* – конкретное значение случайной величины, имеющей нормальный закон распределения с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией;

σ_n^2 – погрешность получения исходных данных.

В общем случае выражение (10) можно представить в виде

$$\delta_2 y = \delta_1 y(\sigma_n) + \frac{\tilde{y}(t_{\text{бод}})}{y(t_{\text{бод}})} \frac{\eta_n^* \sigma_n}{y^*(t_{\text{бод}})}. \quad (11)$$

Таблица 2. Сравнение относительной погрешности оценок $\tilde{y}(t_{\text{бод}})$

Table 2. Comparison of the relative error of estimates $\tilde{y}(t_{\text{бод}})$

n	1	2	3	4	5	6
$\delta_y \text{ (I)}, \%$	1,81	0,78	0,32	0,12	0,04	0,00
$\delta_y \text{ (II)}, \%$	-	8,7	3,0	1,9	1,2	0,8

Из выражения (11) видно, что точность исходных данных (величина СКО σ_n) влияет как на величину $\delta_1 y$ (точность метода зависит от точности исходных данных), так и на дополнительную составляющую погрешности, показывающую относительную точность измерения y – реального значения погрешности РЭ. На рис. 4 и в табл. 3 представлена зависимость погрешности $\delta_2 y$ от величины σ_n/ϑ_1 , показывающей значение относительной погрешности измерений. Расчет представленной зависимости производился на основе смоделированных данных. Причем при моделировании использовалось пять различных значений σ_n , для каждого из которых было смоделировано (в соответствии с описанным выше алгоритмом) по 100 реализаций изменения параметра y .

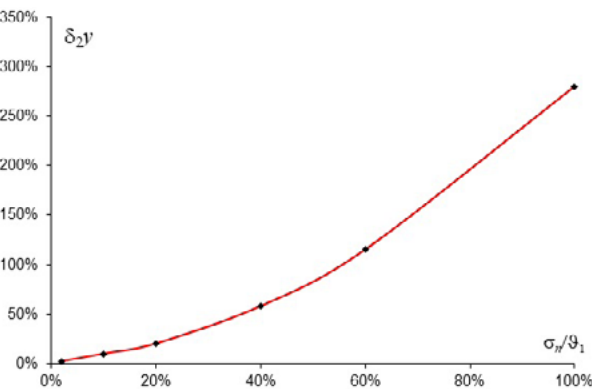


Рис. 4. Зависимость погрешности прогнозирования от погрешности исходных данных
Fig. 4. Dependence of the forecasting error on the error of the initial data

Для малых величин погрешности измерений $\sigma_n < 3$ (при $\vartheta_1 = 5$) величина погрешности растет практически линейно. Для больших значений $\sigma_n = 5$ (при $\vartheta_1 = 5$) величина погрешности $\delta_2 y$ резко увеличивается и становится очень большой $\approx 280\%$. Но в данном случае погрешность измерения фактически должна быть 100%.

Однако погрешность эталонов 1-го и 2-го разрядов, с помощью которых проверяются РЭ, довольно мала. Поэтому данная составляющая не является определяющей в суммарной погрешности $\delta_2 y$.

Последняя составляющая погрешности показывает, насколько точно реальные процессы старения

описываются зависимостью (4). Реальные процессы старения зависят не только от времени, как показано в выражении (4), но и от температуры, влажности и других факторов окружающей среды. Соответственно, указанная зависимость не вполне точно отражает реальные процессы старения. Суммарную погрешность, включающую все три составляющие, можно оценить так:

$$\delta_3 y = \frac{\tilde{y}(t_{\text{буд}}) - y(t_{\text{буд}})}{y(t_{\text{буд}})}, \quad (12)$$

где $y(t_{\text{буд}})$ – полученные при поверке данные о погрешности РЭ в момент времени $t_{\text{буд}}$.

Характеристики суммарной погрешности оценивались аналогично $\delta_1 y$ с помощью выражений (8) и (9). Однако в качестве исходных данных выступали реальные данные об изменении погрешности во времени. При этом полученные значения $M[\delta_3 y] = 0,049$, $D[\delta_3 y] = 0,036$, полученная гистограмма распределения $\delta_3 y$ представлена на рис. 5.

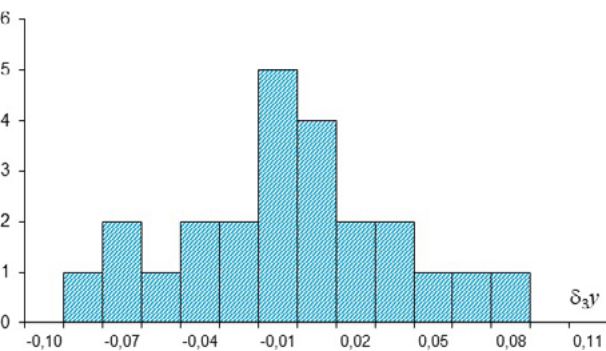


Рис. 5. Гистограмма распределения погрешности прогнозирования для реальных данных об изменении погрешности y ЧЗ–86

Fig. 5. Histogram of the distribution of the forecasting error for real data on the error change in the ЧЗ–86

Так же, по аналогии с методической погрешностью, была исследована зависимость величины погрешности от числа апостериорных данных. Представленная зависимость (рис. 6 (I) и табл. 4 (I)) показывает суммарную погрешность прогноза, получаемого с помощью

Таблица 3. Зависимость погрешности $\delta_2 y$ от величины σ_n/ϑ_1 , показывающей значение относительной погрешности измерений

Table 3. Dependence of the error $\delta_2 y$ on the value σ_n/ϑ_1 showing the value of the relative measurement error

$\sigma_n/\vartheta_1, \%$	2	10	20	40	60	100
$\delta_2 y, \%$	2,16	9,89	20,15	58	115	280

разработанной в [1] модели индивидуального прогнозирования на основе исходных данных об изменении погрешности у реального РЭ.

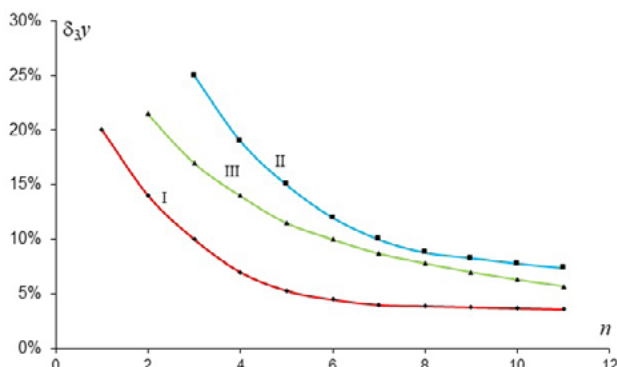


Рис. 6. Погрешности прогнозирования: по разработанной модели (I); по МНК (II); по методу Фридмана (III)

Fig. 6. Forecasting errors: according to the developed model (I); according to LSM (II); according to the Friedman method (III)

Величина суммарной погрешности показывает, что она является достаточно небольшой. Вместе с погрешностью прогнозирования, разработанной в [1] модели, исследовалась погрешность оценок прогнозируемых параметров, получаемых с помощью еще двух методов: МНК (рис. 6 (II) и табл. 4 (II)) и методом, предложенным Фридманом [11, 12], для прогнозирования значения погрешности и корректировки интервалов между аттестациями (рис. 6 (III) и табл. 4 (III)).

Сравнение указанных методов с разработанной моделью показало, что результаты, наиболее близкие к реальным данным, дает применение именно разработанной модели индивидуального прогнозирования погрешности РЭ.

Таким образом, были рассмотрены все составляющие суммарной погрешности. Однако необходимо рассмотреть еще один важный вопрос – вопрос расчета априорной оценки погрешности прогнозируемого параметра. При прогнозировании требуется заранее указать тот доверительный интервал, в котором находится реальное значение прогнозируемого параметра (погрешности РЭ).

Для такой оценки «рассеивания» прогноза вокруг действительного значения необходимо знать закон распределения строящейся оценки прогнозируемого параметра. То есть, каким образом распределена величина $\hat{y}(t_{дог})$. Выражение для функции распределения этой величины уже было получено в [13].

Для оценки доверительного интервала необходимо задаться доверительной вероятностью. Как правило, при оценке точности измерений используют доверительную вероятность, равную $P_{дов} = 0,95$, но можно использовать и другое значение этой вероятности.

Зная уровень доверительной вероятности и функцию распределения оценки погрешности, значение доверительного интервала легко устанавливается численными методами.

Заключение

Точность метода прогнозирования и ее априорная оценка при прогнозировании являются одними из ключевых вопросов. В ходе исследования этих вопросов дана оценка различных составляющих погрешности прогнозирования и приведено сравнение различных методов и математических моделей прогнозирования. Сравнительный анализ показал: разработанная математическая модель индивидуального прогнозирования изменения погрешности РЭ обладает более высокой точностью по сравнению с рассмотренными известными методами прогнозирования и дает удовлетворительные результаты уже практически с самого первого измерения. Учитывая тот факт, что предложенные в [13] выражения, в отличие от известных [14–16], позволяют перейти от найденных с применением исследуемой модели индивидуального прогнозирования изменений погрешности рабочего эталона оценок параметров прогнозирующей функции к прогнозированию вероятности их метрологической исправности. Возможно также учесть удельные затраты на метрологическое обслуживание и ущерб от применения рабочего эталона в метрологически неисправном состоянии. Таким образом, решение задачи уточнения (корректировки) оптимального значения интервала между аттестациями рабочего эталона

Таблица 4. Зависимость суммарной погрешности прогноза модели индивидуального прогнозирования
Table 4. Dependence of the total forecast error of the individual forecast model

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
δ _{3y} (I), %	20,1	14,2	9,9	7,0	5,3	4,5	4,0	3,9	3,8	3,7	3,6
δ _{3y} (II), %	-	32,4	25,0	19,0	15,1	11,9	10,0	8,8	8,3	7,8	7,4
δ _{3y} (III), %	29,6	21,5	17,0	14,1	11,5	10,0	8,7	7,8	7,0	6,3	5,7

с использованием модели индивидуального прогнозирования погрешности рабочего эталона с учетом априорной информации на этапе опытной эксплуатации РЭ приобретает особую актуальность. Разработанная методика позволяет не только сократить прямые затраты на метрологическое обслуживание, но и сократить затраты времени на оценку технического состояния РЭ по сравнению с традиционными методами в среднем на 20–25 %.

Благодарности: Это исследование не получало финансовой поддержки в виде гранта от какой-либо организации государственного, коммерческого или некоммерческого сектора.

Acknowledgments: The research did not receive financial support in the form of a grant from any governmental, for-profit, or non-profit organizations.

Вклад соавторов: Новиков А. Н. – определение замысла и методологии статьи, анализ литературы, проведение математических исследований, работа с текстом

статьи; Пузанков С. В. – обработка экспериментальных данных, анализ результатов, участие в общем редактировании статьи; Окрепилов М. В. – концепция и инициирование исследований, методическая поддержка, участие в общем редактировании статьи.

Contribution of the authors: Novikov A. N. – definition of the idea and methodology of the article, analysis of the literature, mathematical research, work on the text of the article; Puzankov S. V. – processing of experimental data, analysis of the results, participation in the general editing of the article; Okrepilov M. V. – concept and initiation of research, methodological support, participation in the general editing of the article.

Конфликт интересов: Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов. Автор М. В. Окрепилов является членом редакционной коллегии журнала «Эталоны. Стандартные образцы».

Conflict of interest: The authors declare no conflict of interest. M. V. Okrepilov is a member of the Editorial Board of the journal «Measurement Standards. Reference Materials».

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Новиков А. Н., Кравцов А. Н., Ширямов О. А. Математическая модель прогнозирования изменения значения критической составляющей погрешности рабочего эталона единицы величины с учетом априорной информации // Труды Военно-космической академии имени А. Ф. Можайского. 2018. Вып. 656. С. 198–203.
2. Силин В. Б., Заковряшин А. И. Автоматическое прогнозирование состояния аппаратуры управления и наблюдения. М.: Энергия, 1983. 336 с.
3. Новицкий П. В., Зограф И. А., Лабунец В. С. Динамика погрешностей средств измерений. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. 192 с.
4. Кузнецов В. А., Петров В. А. Закон распределения погрешности измерений с учетом времени эксплуатации измерительных приборов // Измерительная техника. 1992. № 7. С. 5–6.
5. Prediction intervals for exponential smoothing using two new classes of state space models / R. J. Hyndman [et al.] // Journal of Forecasting. 2005. Vol. 4(1). P. 17–37.
6. Новиков А. Н., Миронов А. Н., Пузанков С. В. Методика построения математической модели изменения во времени критической составляющей погрешности измерений в бортовых измерительных системах космических аппаратов с метрологическим самоконтролем // Информация и Космос. 2016. № 2. С. 118–126.
7. Окоренков В. Ю. Метрологическая надежность метеорологических информационно-измерительных систем // Труды Главной геофизической обсерватории им. А. И. Воейкова. 2010. № 561. С. 194–212.
8. Чернышова Т. И., Каменская М. А. Математическое моделирование электронных измерительных средств при оценке их метрологической надежности // Вестник Тамбовского государственного технического университета. 2010. Т. 16. № 4. С. 770–775.
9. Алексеев В. В., Грубо Е. О., Королев П. Г. Структуры и алгоритмы коррекции основной погрешности измерительного канала с использованием измеряемой величины // Вестник Тихоокеанского государственного университета. 2010. № 4. С. 23–32.
10. Гаскаров Д. В., Голинкевич Т. А., Мозгалевский А. В. Прогнозирование технического состояния и надежности радиоэлектронной аппаратуры. М.: Сов. радио, 1974. 224 с.
11. Беляев Б. М., Новиков В. В., Фридман А. Э. Порядок назначения и корректировки межповерочных интервалов средств измерений // Метрология. 1991. № 9. С. 46–52.
12. Фридман А. Э. Метрологическая надежность средств измерений и определение межповерочных интервалов // Метрология. 1991. № 9. С. 52–61.
13. Новиков А. Н. Определение параметров метрологического обслуживания средств измерений по технико-экономическому критерию // Вестник метролога. 2022. № 4. С. 12–18.
14. Жаднов В. В. Методы повышения достоверности оценки межповерочных интервалов электронных измерительных приборов // Качество. Инновации. Образование. 2015. № 11(126). С. 20–27.
15. Гусеница Я. Н., Шерстобитов С. А., Малахов А. В. Метод обоснования межповерочных интервалов средств измерений // Наукоемкие технологии в космических исследованиях Земли. 2016. Т. 8. № 1. С. 44–48.

16. Новиков А. Н. Алгоритм индивидуального прогнозирования предельных экономически целесообразных сроков эксплуатации измерительных комплексов // Вестник СибГУТИ. 2016. № 4. С. 19–24.

REFERENCES

1. Novikov A. N., Kravtsov A. N., Shiryamov O. A. Mathematical model for predicting the change in the value of the critical component of the error of the working standard of the unit of magnitude taking into account a priori information. *Proceedings of the A. F. Mozhaisky Military Space Academy*. 2018;656:198–203. (In Russ.).
2. Silin V.B., Zakovryashin A. I. Automatic forecasting of control and observation equipment state. Moscow: Energia; 1983. 336 c. (In Russ.).
3. Novitskiy P. V., Zograf I. A., Labunets V. S. Dynamics of the measurement means errors. Leningrad: Energoatomizdat Leningr. otdniye; 1990. 192 p. (In Russ.).
4. Kuznetsov, V.A.; Petrov, V. A. Law of the measurement error distribution taking into account the operation time of measuring devices. *Izmeritel'naya tekhnika*. 1992;7:5–6. (In Russ.).
5. Hyndman R. J., Koehler A. B., Ord J. K., Snyder R. D. Prediction intervals for exponential smoothing using two new classes of state space models. *Journal of Forecasting*. 2005;4(1):17–37.
6. Novikov A. N., Mironov A. N., Puzankov S. V. Methodology of building a mathematical model of time variation of the critical component of measurement error in onboard measurement systems of spacecrafts with metrological self-control. *Information and Space*. 2016;(2):118–126. (In Russ.).
7. Okorenkov V. Y. Metrological reliability of meteorological information-measuring systems. *Proceedings of the Main Geophysical Observatory named after A. I. Voyeykov*. 2010;561:194–212. (In Russ.).
8. Chernyshova T. I., Kamenskaya M. A. Mathematical modeling of electronic measuring instruments in assessing their metrological reliability. *Bulletin of Tambov State Technical University*. 2010;16(4):770–775. (In Russ.).
9. Alekseev V. V., Grubo E. O., Korolev P. G. Structures and algorithms of the main error correction of the measuring channel using the measured value. *Pacific State University herald*. 2010;4:23–32. (In Russ.).
10. Gaskarov D. V., Golinkovich T. A., Mozgalevskiy A. V. Forecasting of the technical state and reliability of the radio-electronic equipment. Moscow: Sov. Radio; 1974. 224 p. (In Russ.).
11. Belyaev B. M., Novikov V. V., Friedman A. E. Procedure of assignment and adjustment of the verification intervals for measuring instruments. *Metrology*. 1991;(9):46–52. (In Russ.).
12. Friedman A. E. Metrological reliability of measuring instruments and determination of interverification intervals. *Metrology*. 1991;(9):52–61. (In Russ.).
13. Novikov A. N. Determination of parameters of metrological maintenance of measuring instruments by technical and economic criterion. *Metrologist herald*. 2022;(4):12–18. (In Russ.).
14. Zhadnov V. V. Methods of increasing the reliability of the estimation of the verification intervals of the electronic measuring devices. *Quality. Innovations. Education*. 2015;11(126):20–27. (In Russ.).
15. Gusenitsa Y. N., Sherstobitov S. A., Malakhov A. V. Method of substantiation of the interval of verification of measuring instruments. *Science-intensive technologies in Earth observation space research*. 2016;8(1):44–48. (In Russ.).
16. Novikov A. N. Algorithm of the individual forecasting of the limiting economically feasible operation terms of the measuring complexes. *SibGUTI herald*. 2016;(4):1–24. (In Russ.).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

ГОСТ 34100.3.1–2017/ISO/IEC Guide 98–3/Suppl 1:2008 Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения. Дополнение 1. Трансформирование распределений с использованием метода Монте-Карло = Uncertainty of measurement. Part 3. Guide to the expression of uncertainty in measurement. Supplement 1. Propagation of distributions using a Monte-Carlo method : межгосударственный стандарт : внесен Федеральным агентством по техническому регулированию и метрологии : принят Межгосударственным советом по стандартизации, метрологии и сертификации (протокол от 14 июля 2017 г. N101-П) : издание официальное : дата введения 2018.09.01 / разработан Рабочей группой WG 1 Объединенного комитета по руководствам в метрологии JCGM. Москва : Стандартинформ, 2018. 77 с. Текст : непосредственный.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Новиков Александр Николаевич – канд. техн. наук, доцент кафедры метрологического обеспечения вооружения, военной и специальной техники Военно-космической академии имени А. Ф. Можайского
197198, Россия, г. Санкт-Петербург, Ждановская ул., 13
e-mail: vka@mil.ru

Пузанков Сергей Владимирович – адъюнкт кафедры метрологического обеспечения вооружения, военной и специальной техники Военно-космической академии имени А. Ф. Можайского
197198, Россия, г. Санкт-Петербург, Ждановская ул., 13
e-mail: vka@mil.ru

Окрепилов Михаил Владимирович – д-р техн. наук, доцент, заместитель генерального директора по качеству и образовательной деятельности ФГУП «ВНИИМ им. Д. И. Менделеева»

190005, Россия, г. Санкт-Петербург, Московский пр., 19
e-mail: m. v.okrepilov@vniim.ru
ORCID: 0000-0001-9815-1795

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Aleksandr N. Novikov – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor of the department of metrological support of weapons, military and special equipment of the A. F. Mozhaysky Military-Space Academy
13 Zhdanovskaya str., Saint Petersburg, 197198, Russia
e-mail: vka@mil.ru.

Sergey V. Puzankov – Adjunct of the department of metrological support of weapons, military and special equipment of the A. F. Mozhaysky Military-Space Academy

13 Zhdanovskaya str., Saint Petersburg, 197198, Russia
e-mail: vka@mil.ru.

Mikhail V. Okrepilov – Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor, Deputy Director of quality and educational activity of the D. I. Mendeleyev Institute for Metrology (VNIIM)

19 Moskovskiy ave., Saint Petersburg, 190005, Russia
e-mail: m. v.okrepilov@vniim.ru
ORCID: 0000-0001-9815-1795

